

分形理论在土壤大孔隙研究中的应用及其展望^①

冯 杰 郝振纯 陈启慧

(河海大学水资源开发利用国家专业实验室 南京 210098)

摘 要 土壤大孔隙是普遍存在的现象,而非例外,它们使水及溶质快速穿过土壤,确定大孔隙大小分布需要大量的野外和室内实验。本文在对分形理论概念进行简要阐述的基础上,介绍了分形理论在大孔隙研究中所取得的成果,结果表明应用分形理论确定土壤大孔隙性质是一种省时、省力和具有广泛代表性的方法,最后对分形理论在土壤大孔隙研究中应用前景作了展望。

关键词 大孔隙;分形几何;分形维数;面孔隙度;水力传导度

由于农业活动、废料堆放易造成地下水污染,使预测水和化学物质在土壤中的运移模型更显重要性,然而由于土壤大孔隙的存在,使预测模型变得异常复杂。

土壤中的大孔隙是因土壤的干燥缩裂,土壤中可溶性物质的溶解,冻融的循环交替,植物根系及动物的活动,耕种等人类活动造成的。

由于大孔隙是一个相对概念,还没有形成统一的定义。有人根据孔隙的大小进行分级,Brewer^[1]把直径大于75 μm 的孔隙定义为大孔隙;Beven和Germann^[2]把直径大于3mm的定义为大孔隙;Luxmoore^[3]把直径大于1mm的定义为大孔隙。有人根据孔隙充满水时压力值对孔隙进行分级,Luxmoore^[3]提出用3和10kpa之间的压力值,Miller和Mishra^[4]把团聚体内的孔隙定义为微孔隙,而把比团聚体内的孔隙大的皆定义为大孔隙。

土壤中大孔隙是普遍存在的,而非例外。它虽然只占整个土壤体积的一部分(0.1%到5%),但对水及溶质的运移有着深刻影响(Edwards et al^[5];German和Beven^[6];German和Beven^[7];Lee^[8])。水和溶质在无大孔隙均匀土壤中运移发生在土壤颗粒或团粒间的孔隙,水流符合达西定律,对于这种基质流,土壤水的流量和溶质的浓度由粒间孔隙的大小和连通性决定。然而,当土壤中存在大孔隙时,水及溶质的运移主要由通过大孔隙中的水流决定,特别是在土壤接近饱和的情况下。大孔隙中的水流速度远大于土壤基质流,并且是非达西流。以往运移模型由于忽略了大孔隙的客观存在,低估了土壤的渗透能力,因此必须考虑大孔隙的存在。

大孔隙的存在,一方面加快了地下水的响应速度,使施放到土壤表面的营养物质或化学物质很快进入地下水中,而来不及被土壤基质吸附和被植物利用,造成了肥料利用率降低以及地下水的污染。另一方面增加了土壤的通气性,提高了雨水和地表水的渗透性,降低了地表径流,减少了地表侵蚀,促进了根系生长。

为了评价大孔隙对水流和溶质运移特性的影响,必须确定土壤中大孔隙的大小分布。大孔隙大小分布可采用多种方法得到,大体上分为以下5种:(1)水的吸附-解吸附、N的吸

① 国家自然科学基金资助项目(No. 59779022)

附等方法。假定孔隙的形状,从排出液体的体积计算出孔隙的大小。这些方法不能提供有关孔隙形状的信息,并且在土壤接近饱和时准确性降低,因此,不能用于确定等效直径大于 $150\mu\text{m}$ 的孔隙(Dexter^[9])。(2)将非扰动土柱放入聚乙二醇(Lafeber^[10])、石蜡(Dexter^[11]; Vermeul et al^[12])和熟石膏(FitzPatrick et al^[13])中浸泡,观察从浸泡过的土柱中取出的土壤断面。Dexter^[11]采用人工计数的方法确定土壤的总孔隙度;Murphy et al^[14]和Pikul et al^[15]对土壤断面图像进行分析,分别估计挤压土壤对大孔隙大小的影响和大孔隙对断面孔隙度的贡献;Vermeul et al^[12]在紫外线光下对土壤断面进行拍照,照片进行数字处理来确定耕种土和非耕种土的大孔隙度。(3)直接在原试验地开挖不同深度的水平土壤面,用吸尘器吸除表面浮土露出孔隙。用人工的方法计算大孔隙数(Ehlers et al^[16]);用照相机对不同深度水平土壤面进行拍照,使孔隙在闪光灯下呈现黑色,对图像进行分析确定单位面积上不同大小大孔隙的数目和大孔隙度(Edwards et al^[17]);用平铺在水平土壤面的塑料薄膜标记大孔隙的轮廓,确定大孔隙的数目和大孔隙度(Logsdon et al^[18])。(4)使用张力渗透仪测得的大孔隙饱和水力传导度计算大孔隙度,利用毛管上升公式和Poiseuille公式计算大孔隙大小和数目(Watson和Luxmoore^[19];Wilson和Luxmoore^[20])。(5)利用CT扫描仪对非扰动土柱进行扫描,确定不同深度大孔隙大小和数目以及连通性(Warner et al^[21],Anderson et al^[22],Peylon et al^[23],Peylon et al^[24],Zeny和Gantzer et al^[25])。综上这5类方法都需要大量的野外和室内实验,花费大量的人力物力和时间,而且实验都是在土壤某一点或面上进行,土壤是一个时空变异连续体,土壤性质在不同空间位置存在明显差异,因此测量结果代表性不好,不能真实地反映整个土壤,于是人们迫切希望采用新的方法来解决这些问题。我们知道,土壤中的大孔隙系统是由不同大小和形状的、相互连通的或非连通的大孔隙或通道随机组合而成的,采用不同尺度水平观察大孔隙系统,发现它们具有相似性,因此,研究土壤大孔隙大小分布及其相关的水力性质,分形几何法是有效的方法之一。

1 分形几何基本概念

传统欧几里德几何学认为,点的维数是0,直线的维数为1,平面的维数为2,而体积的维数为3,它可以很好地描绘简单的结构如直线、正方形、立方体、球体等,但对于自然界广泛存在的、复杂的非规则线、平面和体积,却无法进行描述。为了解决这个问题,Mandelbort在1975年首次提出了分形几何学,用于描述自然界中许多不规则事物。分形几何有两个重要的特征:一个是自相似性,指某一尺度下的空间变异形为在另一个或更小尺度下重复出现,即非规则程度不依赖于尺度大小;另一个是分形维数,它是分形几何学中最核心的概念和内容,是度量不规则物体或分形物最主要的指标,分形维数不同,物体的复杂程度或它们的动态演化过程就不相同。分形维数不同于欧几里德几何学中的维数,它不是整数,例如,典型分形物—谢尔平斯基地毯的维数介于1和2之间。传统的长度概念在没有确定测量尺度的情况下变得没有意义(Mandelbort^[26]),长度 $L(\epsilon)$ 作为尺度 ϵ 的函数,遵循幂函数关系,即:

$$L(\epsilon) = F\epsilon^{1-D} \quad (1)$$

其中 D 代表分形维数, F 是常数,从公式(1)可明显看出 D 为 $L \sim \epsilon$ 的 \log 关系曲线的斜率。(1)式为分形线的分形维数与拓扑维数1之间的相互转化关系式,当然可以将上述原理推广到二维、三维或更高维的欧氏空间中,利用分形维数 D 对高维分形物体进行描述,一般来讲,在二维空间研究分形物面积,在三维空间研究分形物体积。有关更详细的情况可参见

Mandelbrot^[26]、Feder^[27]、谢和平和薛秀谦^[28]、张济忠^[29]及刘式达和刘式适^[30]。

2 分形几何在土壤大孔隙研究中的应用

2.1 计算土壤大孔隙性质的原理

Tyler 和 Wheatcraft^[31]利用典型分形物—谢尔平斯基地毯来建立土壤的水分保持曲线,取得了很好的结果。它的形成过程为:将长度为 a 的正方形划分为 b_1^2 部分,每个部分的长度为 a/b_1 ,将 l_1 部分从正方形中移出,形成 l_1 个大小为 $a/b_1 \times a/b_1$ 的孔隙。再将长度为 a 的正方形划分为 b_2^2 部分($b_2 = b_1^2$),即将长度为 a/b_1 的正方形划分为 b_1^2 部分,从余下的每个正方形中移出 l_1 部分,形成 $(b_1^2 - l_1)l_1$ 个大小为 $a/b_2 \times a/b_2$ 的孔隙,如图 1 所示。依据这种生成规则,执行到比较大的步聚,就会形成到处都充满各种大小孔隙的地毯。根据不同的生成规则,可形成不同的地毯,模拟不同结构的土壤,如图 2 所示。地毯的分形维数 D 采用以下公式计算:

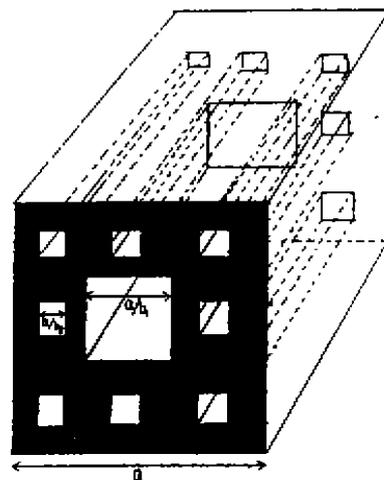


图 1 谢尔平斯基地毯模拟土壤孔隙结构

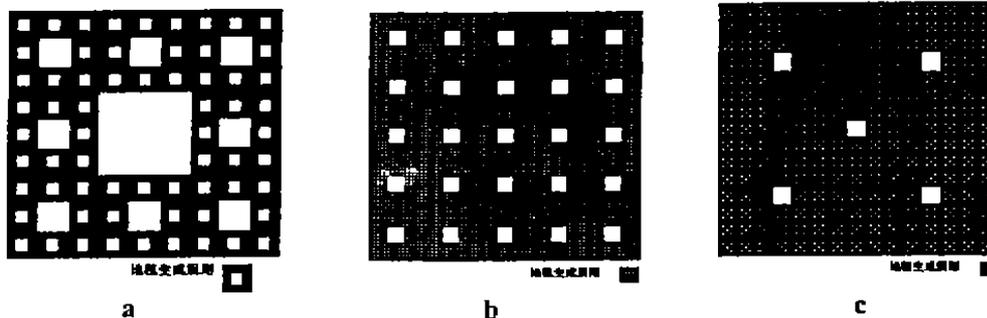


图 2 分形维数分别为(a):1.89;(b):1.96;(c):1.99 的谢尔平斯基地毯

$$D = \log(b_1^2 - l_1) / \log(b_1) \tag{2}$$

其中: b_i 表示每次平分正方形的比例;

l_i 表示用面积为 $(a/b_i)^2$ 的正方形覆盖面积 $\geq (a/b_i)^2$ 孔隙的数目。

不同的地毯其分形维数亦不同,如图 2 所示。

如将孔隙以传统圆形表示,则面积为 $a/b_i \times a/b_i$ 的正方形孔隙转换为相同断面积圆形孔隙的半径 R_i 为

$$R_i = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{a}{b} \right] \tag{3}$$

让 N_{p_i} 代表地毯上大小为 R_i 的孔隙数目,则

$$N_{p_i} = l_1 (R_i^2 - l_1)^{i-1} = l_1 (b_1^D)^{i-1} \tag{4}$$

孔隙其半径 $R \geq$ 特征半径 R_i 的数目为:

$$Np(R > R_i) = \sum_{j=1}^i Np_j = \frac{l_1}{b_1^D} \sum_{j=1}^i b_1^{Dj} \quad (5)$$

由于 $b_i = (b_1)^i$ 及公式(3)则

$$Np(R > R_i) = l_1 \left[\frac{a}{\sqrt{\pi b_1}} \right]^i \sum_{j=1}^i R_j^{-D} \quad (6)$$

从地毯孔隙分布图中可知(如图 2 所示), 最小孔隙的数目占整个孔隙数目的比例非常大, 因此式(6)可近似为:

$$Np(R > R_i) = CR_i^{-D} \quad (7)$$

其中 $C = l_1 (a / \sqrt{\pi b_1})^D$

把地毯孔隙大小分布应用于实际土壤中, 得土壤含水量 $\theta(R_i)$, 即面孔隙度 ϕ :

$$\theta(R_i) = \frac{1}{A_T} \left[\frac{\pi DC}{2-D} \right] R_i^{2-D} \quad (8)$$

其中: A_T 代表土壤断面面积(A_T 是多孔介质统计代表值, $A^{1/2}$ 是多孔介质特征长度(Tyler 和 Wheatcraft^[32]))。

饱和土壤含水量 θ_s :

$$\theta_s = \frac{1}{A_T} \left[\frac{\pi DC}{2-D} \right] R_0^{2-D} \quad (9)$$

其中: R_0 代表相应进气压 Ψ_0 的孔隙大小。

用(8)除以(9), 并通过毛细管上升公式 $\Psi_i = \frac{2\sigma \cos\beta}{R_i}$ (σ 表示表面张力, β 表示接触角, Ψ_i 表示压力势), 得到土壤水保持曲线:

$$\frac{\theta(R_i)}{\theta_s} = \left[\frac{\Psi_i}{\Psi_0} \right]^{D-2} \quad (10)$$

与 Brooks 和 Corey[1964]建立的方程: $\frac{\theta}{\theta_s} = \left[\frac{\Psi}{\Psi_0} \right]^{-\lambda}$ (λ 为孔隙大小分布指数)相比,

$$D = 2 - \lambda \quad (11)$$

Tyler 和 Wheatcraft^[31]通过建立土壤水保持曲线发现谢尔平斯基地毯孔隙大小分布(公式(7))可用来表示土壤基质的孔隙大小分布, 这里地毯分形维数 D 为土壤基质分形维数, 利用公式(11)可以求出土壤基质分形维数。Tyler 和 Wheatcraft^[33]提供了 11 种土壤基质的地毯参数, 如表 1 表示。

表 1 土壤基质分形参数(+来自 Brakensiek 和 Rawls^[33]中的表 1 和表 2)

土壤	孔隙大小分布指数 λ^*	土壤基质分形维数 D^*	孔隙度 ϕ^* (m^3/m^3)	A_T (cm^2)	a (cm)	b_1	l_1
砂土	0.592	1.41	0.437	10.35	2.34	65	3811
壤质砂土	0.474	1.53	0.437	6.63	1.7	56	2677
砂质壤土	0.322	1.68	0.453	1.54	0.84	47	1550
砂质粘壤土	0.250	1.75	0.398	0.34	0.37	39	937
壤土	0.220	1.78	0.463	1.92	0.94	40	883
粘砂壤土	0.211	1.79	0.501	0.53	0.52	41	911
粘壤土	0.194	1.81	0.464	0.32	0.39	38	736
砂质粘土	0.168	1.83	0.43	0.23	0.31	34	537
粉砂质粘壤土	0.151	1.85	0.471	0.17	0.28	35	495
粉砂质粘土	0.127	1.87	0.479	0.14	0.26	34	419
粘土	0.131	1.87	0.475	0.12	0.24	34	421

Brakensiek et al^[34]发现土壤大孔隙的分布也呈分形特征,利用 Tyler 和 Wheatcraft^[31]推导的地毯孔隙大小分布公式(7),可得大孔隙大小分布,以幂函数形式表示为:

$$N_i = (N_1) \times (R_i/R_1)^D \quad (12)$$

其中: N_i 表示单位面积大孔隙其半径 \geq 最小大孔隙半径 R_1 的总目数(个/cm²);

N_1 表示单位面积大孔隙其半径 \geq 任意大孔隙半径 R_i 的总目数(个/cm²);

D 表示大孔隙的分形维数。

Brakensiek et al^[34]利用 Tyler 和 Wheatcraft^[31]推导的地毯孔隙大分布公式(7)和面孔隙度公式(8)得到大孔隙的面孔隙度 ϕ_{macro} :

$$\phi_{macro} = D/(2-D) \times (\pi/10000) \times N_1 \times R_1^2 \quad (13)$$

其中: ϕ_{macro} 表示大孔隙面孔隙度;

D 表示大孔隙的分形维数;

N_1 与 R_1 表示同上。

Rawls et al^[35]对公式(13)进行交换和回归分析,得最大大孔隙半径 R_l :

$$R_l = (B/100) \times [1732^2]^{\frac{1}{2}} \times (\phi_{macro})^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

其中: R_l 表示相应于测得面孔隙度 ϕ_{macro} 的最大大孔隙半径(cm);

ϕ_{macro} 表示所有半径 $\leq R_l$ 的大孔隙的面孔隙度;

X 表示拟合参数, $X = -1.096 + 0.857 \times D$ (Rawls et al^[35]);

B 表示拟合参数, $B = 0.981 - 1.516 \times X$ (Rawls et al^[35])。

以上 X 和 B 回归公式适用于 $\phi_{macro} = 0.0005 \sim 0.03$, $D = 1.65 \sim 1.85$, R_l 最大为 0.4 cm。

Rawls et al^[35]给出了公式(12)的另一种形式,适用于没有孔隙大小分布资料时,

$$\ln(N_i) = 28.0 + 2.36 \times \ln(R_i) - 27.4 \times \ln(D) \quad (15)$$

Rawls et al^[36]运用分形原则估计土壤大孔隙的饱和水力传导度。基于 Marshall 公式 (Marshall^[37]) 的大孔隙饱和水力传导度如下:

$$K_{macro} = 4.41 \times 10^7 (\phi_{macro})^{4/3} \left(\frac{R_l}{n_{macro}} \right)^2 \quad (16)$$

其中: K_{macro} 表示大孔隙饱和水力传导度(cm/h);

ϕ_{macro} 表示大孔隙面孔隙度;

R_l 表示最大大孔隙半径(cm);

n_{macro} 表示孔隙大小分级数, $n_{macro} = -5.8 + 77.5 \times R_l$ (Rawls et al^[36])。

需要注意的是:(1) R_l 不是绝对的最大大孔隙半径,公式(12)不能达到该数量级,在给定大孔隙分形维数 D 的情况下,面孔隙度 ϕ_{macro} 对应唯一最大大孔隙半径 R_l (Rawls et al^[35])。

(2) 土壤基质分形维数(即谢尔平斯基地毯维数)与土壤大孔隙分形维数近似相等(Brakensiek et al^[34])。

2.2 计算土壤大孔隙性质的方法

以下流程图表示计算大孔隙面孔隙度(ϕ_{macro})、最大大孔隙半径(R_l)和饱和水力传导度(K_{macro})的3种方法,3种方法共同的输入量包括分形维数 D 和最小大孔隙半径 R_1 。大孔隙分形维数近似等于基质分形维数,其值可从表1中得到,最小大孔隙半径 R_1 假定为 0.02cm,或根据实际土壤性质而定。

方法 1(如图 3 所示)已知最大大孔隙半径(R_l):输入量包括分形维数 D 、最小大孔隙半径 R_s 和最大大孔隙半径 R_l 。表 2 是 Logsdon et al^[18]得到

表 2 各土壤的 R_l 范围值

土壤	粘壤土	粉砂壤土	粉砂质粘壤土	壤土	砂质壤土
$R_l(\text{cm})$	0.16~0.38	0.16~0.33	0.32~0.34	0.06~0.46	0.13~0.20

的各土壤的 R_l 范围。 N_s 从公式(15)计算出, ϕ_{macro} 从公式(13)计算出, K_{macro} 从公式(16)计算出。Rawls et al^[35]采用 Watson 和 Luxmoore^[19]的数据资料来验证该方法,结果表明大孔隙饱和和水力传导度计算值与测量值比较符合。

方法 2(如图 4 所示):已知大孔隙大小和数目(R_l 和 N_s):输入量包括分形维数 D 、最小大孔隙半径 R_s 、一组大孔隙大小 R_i 和数目 N_i 的测量值。利用公式(12)计算出 N_s , 利用公式(13)计算出 ϕ_{macro} , 利用公式(14)计算出 R_l , 最后利用公式(16)计算出 K_{macro} 。Rawls et al^[35]采用 Edwards et al^[16]的数据来验证该方法,结果表明除 30cm 深度计算的 ϕ_{macro} 外,其余计算的 ϕ_{macro} 和 N_s 都落在 ϕ_{macro} 和 N_s 测量值的 5% 区间内。

方法 3(如图 5 所示):已知大孔隙饱和和水力传导度(K_{macro}):输入量包括分形维数 D 、最小大孔隙半径 R_s , 通过公式(15)(13)(16)改变 R_l 值, 循环迭代直到 K_{macro} 计算值等于测量值。输出量为 N_s 、 N_i 和 R_l 值。该方法由于使用水流测量数据, 因此考虑了孔隙的连通性, 这是前面两种方法没有考虑到的。Rawls et al^[35]采用 Heard^[38]所做的非耕种粉砂质粘壤土数据资料验证该方法, 结果表明 N_i 和 R_l 的计算值是合理的。

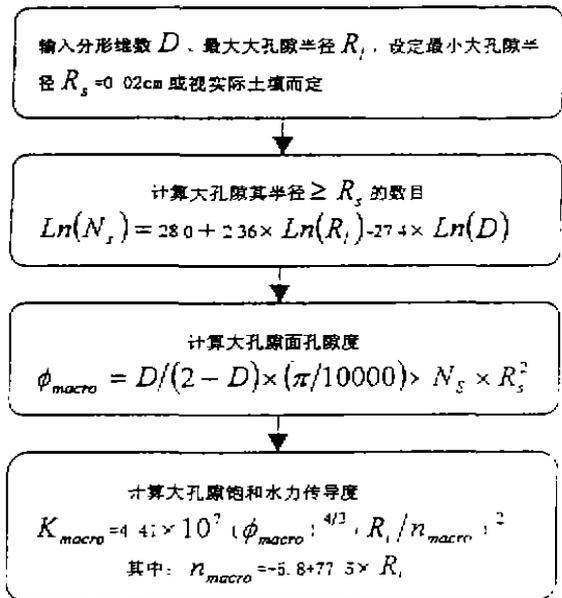


图 3 利用最大大孔隙半径 R_l 计算土壤大孔隙性质

3 结论和展望

3.1 结论

从以上综述可得到以下结论:

1. 土壤大孔隙结构呈现分形特征。
2. 应用分形理论求得的公式(从(12)到(16))可计算土壤大孔隙性质(大孔隙大小分布 N_i 和 R_i 、面孔隙度 ϕ_{macro} 、饱和水力传导度 K_{macro}), 计算结果合理且具有广泛的代表性。
3. 根据测量得到的不同数据资料, 采用 3 种方法(如图 3、4、5)计算大孔隙性质。3 种方法分别为:(1)已知最大大孔隙半径 R_l ; (2)已知一组大孔隙大小 R_i 和数目 N_i ; (3)已知大孔隙饱和水力传导度 K_{macro} 。
4. 与其他测量土壤大孔隙性质的方法相比, 应用分形理论来估计土壤大孔隙性质是一种省时、省力和具有广泛代表性的方法, 该方法采用很少的数据就可估计出土壤大孔隙性

质,不需要大量的野外和室内室验数据。

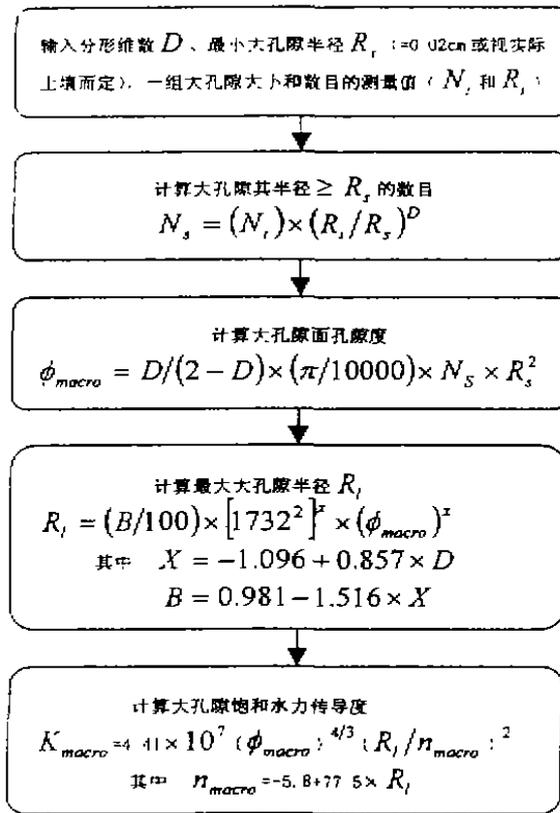


图4 利用一组大孔隙大小和数目的测量值 (N_s 和 R_s) 计算土壤大孔隙性质

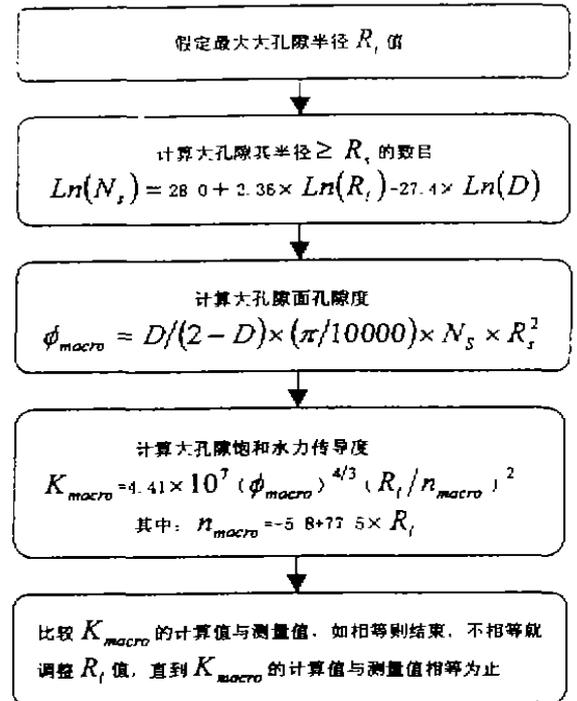


图5 利用大孔隙饱和和水力传导度 K_{macro} 的测量值计算土壤大孔隙性质

3.2 展望

近 10 年来,分形理论在土壤大孔隙研究中应用才刚刚开始,并且分形理论是一门新兴学科,许多概念还在不断发展与变化之中。因此,分形理论在土壤大孔隙研究中应用还有许多问题需要解决。

1. 目前,应用分形理论只计算出土壤大孔隙的饱和水力传导度 K_{macro} ,未计算出非饱和水力传导度和溶质运移参数 D ,下一步就是应用分形理论来计算大孔隙非饱和水力传导度和溶质运移参数 D 以及他们空间变化特征。

2. 把分形理论中的凝聚模型(如 DLA)、破裂模型应用到土壤大孔隙研究中,确定土壤大孔隙结构动态演化过程及其对水环境的影响。

3. 由于土壤大孔隙中的一部分由作物根系形成,而作物根系具有典型的分形特征,因此可探讨根系分形特征与土壤大孔隙性质之间的关系。

4. 由于土壤大孔隙在土壤中随机分布,可采用分形理论和概率统计理论相结合的方法研究土壤大孔隙性质。

5. 分形理论与空间变异性研究方法相结合以及分形理论与混沌理论、时间序列分析方法相结合,研究土壤大孔隙性质的时空变化规律。

参 考 文 献

- 1 Brewer R. Fabric and mineral analysis of soils. John Wiley & Sons, Inc., New York. . 1964
- 2 Beven k, Germann P. Water Resour. Res. 1982. 18:1311~1325
- 3 Luxmoore R J. Soil Sci. Soc. AM.J. 1981, 45:671~672
- 4 徐绍辉,张佳宝.土壤中优势流的几个基本问题研究.水文地质工程地质,1999,6: 27~30
- 5 Edwards W M, Van der Ploeg R R, Ehlers W. Soil Sci. Soc. Am. J. 1979, 43:851~856
- 6 Germann P, Beven K. J. Soil Sci. 1981, 32:1~13
- 7 Germann P F, Beven K. Water Resour. Res. 1985, 21:990~996
- 8 Lee K E. Earthworms: Their ecology and relationships with soils and land use. Academic Press, Sydney, Australia. 1985
- 9 Dexter A R. Soil Tillage Res. 1988, 11: 199~238
- 10 Lafeber D. . Aust. J. Soil Res. 1965, 3: 143~164
- 11 Dexter A R. J. Soil Sci. 1976, 27: 267~278
- 12 Vermeul V R, Istok J D, Flint A L, Pikul J L, Jr. Soil Sci. Soc. Am. J. 1993, 57:809~816
- 13 FitzPatrick E A, Mackie L A, Mullins C E. Soil Use Manage. 1985, 1(2):70~72
- 14 Murphy C P, Bullock p, Turner R J. J. Soil. Sci. 1977, 28:498~508
- 15 Pikul J L, Jr., Zuzel J F, Ramig R E.. Soil Tillage Res. 1990, 17:153~165
- 16 Ehlers W, Kopke U, Hesse F, Bohm W.. Soil Tillage Res. 1983. 3(2):261~275
- 17 Edwards W M, Norton L D, Redmond C E. Soil Sci. Soc. Am. J. 1988, 52(2): 483~487
- 18 Longsdon S D, Allmaras R R, Wu L, Swan J B, Randall G W. Soil Sci. Soc. Am. J. 1990. 54(4): 1096~1101
- 19 Watson K M, Luxmoore R J.. Soil Sci. Soc. Am. J. 1986, 50(3): 578~582
- 20 Wilson G V, Luxmoore R J. Soil Sci. Soc. Am. J. 1988, 52:329~335
- 21 Warner G S, Nieber J L, Moore I D, Geise R A. Soil Sci. Am. J. 1989, 53:653~660
- 22 Anderson S H, Peyton R L, Gantzer C J. Geoderma. 1990, 46:13~29
- 23 Peyton R L, Anderson S H, Gantzer C J. Geoderma. 1992, 53: 329~340
- 24 Peyton R L, Gantzer C J, Anderson S H, Haefner B A, Pfeifer P. Water Res. 1994, 30:691~700
- 25 Zeng Y, Gantzer C J, Payton R L, Anderson. S H. Soil Sci. Soc. Am. J. 1996, 60:1718~1724
- 26 Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature. W.H.Freeman. New York. 1983
- 27 Feder J. Fractals. Plenum Press. New York. 1988
- 28 谢和平,薛秀谦编著.分形应用中的数学基础与方法.北京:科学出版社,1998
- 29 张济忠编著.分形.北京:清华大学出版社,1995
- 30 刘式达,刘式适编著.分形和分维引论.北京:气象出版社,1993
- 31 Tyler S W, Wheatcraft S W. Water Resour. Res. 1990, 26: 1047~1054
- 32 Tyler S W, Wheatcraft S W.. Water Resour. Res. 1992, 28: 603~604
- 33 Brakensiek D L, Rawls W J. Water Resour. Res. 1992, 28: 601~602
- 34 Brakensiek D L, Rawls W J, Longsdon S D. Soil Sci. Soc. Am. J. 1992, 56: 1712~1723
- 35 Rawls W J, Brakensiek D L, Longsdon S D.. Transactions of the ASAE. 1995, 39(1): 91~95
- 36 Rawls W J, Brakensiek D L, Longsdon S D.. Soil Sci. Soc. Am. J. 1993, 57: 1193~1197
- 37 Marshall T J.. J. Soil Sci. 1958, 9: 1~8
- 38 Heard J R. Soil hydraulic conductivity, air permeability and macroporosity under conservation tillage systems. M. S. thesis, Agronomy Dept., Purdue Univ. West Lafayette, Ind. 1985