

分形几何在土壤学中的应用及其展望

程先富 史学正

(中国科学院南京土壤研究所 南京 210008)

摘要 本文介绍了在土壤学中得到应用的分形几何理论的主要内容, 论述了分形理论在土壤学中的应用, 根据土壤数据的分形结构和性质, 探讨了分形理论应用于土壤学的途径和前景。

关键词 分形; 分数维; 自相似性; 土壤学

中图分类号 S15; O184

土壤学研究的主要任务就是要探讨在环境(包括自然、人为因素)的变化和制约下, 土壤的形成、发生与演化过程以及土壤的空间分布规律与动态变化。由于发生在土体内的物理、化学、生物等各种过程相互影响, 同时进行, 再加上外部无穷随机的各种地质过程与现代人为措施的影响, 导致形成了土壤这一形态上和演化过程上都十分复杂的自然体, 非平衡性、非线性、多尺度性、突变性、自组织性、自相似性、有序性和随机性等是其最本质的属性。正因为如此, 加之受研究方法和手段的限制, 更主要的是传统研究思想的禁锢, 缺乏带有指导性新的理论和思想体系的引入与提出, 从而使得到目前为止没有完全做到对土壤形态与性质的定量化描述, 如土壤结构的描述等; 至于对各种土壤过程的定量化描述与模拟, 更是相差甚远。

作为探索不规则结构和形态的工具, 分形几何学被广泛应用于土壤学研究中^[1-5], 包括诸如体密度、孔洞尺寸分布、孔洞表面积、颗粒表面积、颗粒尺寸分布、团粒尺寸分布、土块形状及其表面裂纹尺寸和分布及微形态等土壤性能的描述; 包括吸附、扩散、水及水溶液的传输、脆性断裂及碎化等土壤物理过程的模型化; 还包括土壤性能和土壤物理过程空间分布的定量化。分形几何理论及其研究方法引入到土壤学研究中, 无疑会推动土壤形态、过程复杂性问题的解决, 并在一定程度上使其定量化, 分形理论及其有关方法是研究土壤学最有效的理论和方法之一。

1 分形几何理论的主要内容

分形 (Fractal) 一词来源于拉丁文 fractus 和英

文 fractional, 其含义为: 不规则的、支离破碎的、分数的。分形理论是当代杰出的美籍法国数学家 Mandelbort 于 20 世纪 70 年代提出的, 描述具有相似性、自然碎片或不规则结构。Mandelbort 指出, 自然界许多曲线和形态在一定尺度范围内具有分形性质, 例如海岸线、河流水系、裂缝、云的边缘线、山峰等。分形是数学领域中出现的一个新的研究方向, 它是指具有相似性或膨胀对称性的几何现象即局部与整体在形态、功能和信息等方面具有统计意义上的相似性, 分形是一种复杂的几何形体, 并不是所有复杂的几何形体都是分形, 唯有具备自相似结构的几何形体才是分形。分形几何学是分维集合的几何学的简称, 随着这一理论的不断发展和完善, 人们逐渐用分形来代替和概括分维集合这一客观实体, 用分形理论代表有关分维几何学的一些基本理论问题, 而分形维数 (简称分维) 是分形理论及其应用研究中的一个重要参量。在土壤学中比较常见的分维有 3 种即容量维数、信息维数和关联维数。

1.1 容量维数

容量维数是对 Hausdorff 维数简化后的实用形式。例如, 在测量海岸线或土体边界这样的复杂图形时, 若设测量尺度为 r , 须测量的次数为 $N(r)$, 显然, r 越短, $N(r)$ 就越大。这时, 我们把

$$D_0 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N(r)}{\log(1/r)}$$

称为容量维数。可将此推广到 n 维空间 R^n 中, 此时, 设覆盖研究对象所组成的图形需要边长为 r 的立方体或半径为 r 的球体的个数为 $N(r)$ 。

1.2 信息维数

容量维数表示的是覆盖图形所需要的立方体或

球体的个数与其边长或半径之间的关系,但它未考虑到非确定性的对象,如云的浓淡等这种以一定概率存在的事物,因此,对于概率非常小的部分也必须去覆盖,鉴于这种原因,引入了信息维数的概念,即把 n 维空间 R^n 等分为一系列边长为 r 的小立方体,第 i 个立方体含有研究对象图形的概率为 p_i ,设观测点总数为 N ,包含在第 i 个立方体中的个数为 n_i ,则 $P_i = n_i / N$ 。此时将信息维数定义为

$$D_1 = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{-\sum p_i(r) \log P_i(r)}{\log(1/r)}$$

这里, $H(r) = -\sum p_i(r) \log P_i(r)$ 为信息熵。如果概率分布均匀,设包含研究对象图形的立方体总数为 $N(r)$,由于 $p_i(r) = 1/N(r)$,故 $D_1 = D_0$ 。一般情况下, $D_1 > D_0$ 。

1.3 关联维数

其定义为:

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C(r)}{\log r}$$

其中,

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i \neq j} H(r - |X_i - X_j|)$$

是相空间两点之间的距离小于 r 的概率, r 为指定的距离上限, H 为一个 Heaviside 函数。

$$H(r - |X_i - X_j|) = \begin{cases} 1, (r - |X_i - X_j|) > 0 \\ 0, (r - |X_i - X_j|) \leq 0 \end{cases}$$

若分形存在,则有 $C(r) \propto r^D$ 。这里, D 即为关联维数。

2 分形几何理论在土壤学中的应用

2.1 在土壤特性中的应用

Turcotte^[6]已证明:地质沉积物中颗粒大小的分布表现出分形特征,并分析了 21 种土壤的样品,计算其分形维数 (D), D 值都接近 3.0。 D 反映了按大小颗粒的分布模式,当 $D=0$ 时,土壤由单一直径的颗粒组成;当 $0 < D < 3.0$ 时,土壤的机械组成中,大颗粒占优,当 $D > 3.0$ 时,土壤的机械组成中,小颗粒占优。Tyler 与 Wheateraft^[7] 求出砂土、壤土等颗粒分布和孔隙的分形维数。Armstrong^[8]论证了土壤强度随空间变化规律属于分形,在可耕地测量了地表土壤强度,并用半方差法计算土壤强度的分维。鲁植雄^[9]对中国水田土壤强度的分维进行了研究,并分别用半方差法和 PSD 法估算了其分维值,均很接近,且接近于 2。Burrough^[10, 11]发现土壤参数(含

钠量、含石量、壤土层厚度、电阻、pH、体密度、粉砂含量等)随空间位置的变化具有自相似性,其分维数 D 在 1.2~2.0 之间,绝大多数超过 1.5。土壤、砂石、硅胶等多孔材料的表面是不平滑的,呈起伏变化。在定尺度范围内呈自相似分形结构,其分维是这类材料表面几何形态的特征表达,表征了表面几何不规则程度,采用吸附法建立各种分形模型,估算土壤表面的分维,其分维值 D 均在 $2 < D < 3$ 之间。

2.2 在土壤含水量及溶质中的应用

Ayra 和 Paris^[12]利用土壤的粒级分布与容重数据,推导了确定土壤水分特征曲线的机理—经验型模型。Tyler 和 Wheateraft 在机理上解决了土壤机械组成分析的数据求出土壤水分特征曲线的分形数学模型,并根据该模型计算土壤孔隙通道的分维数。龚元石等^[13]在小区面积为 $7.5\text{m} \times 7.5\text{m}$ 的冬小麦农田计算了土壤重量含水量、体积含水量、容重的分形维数,分别为 1.58~1.75、1.67~1.75、1.77~1.83,研究表明,利用分维数值可以合理布置采样间距。

土壤作为一个多孔的介质,是一种具有较典型特征的分形材料,在土壤容质方面,研究的主要热点集中在利用分形理论如何确定饱和导水率、水动力弥散系数。其中对水动力弥散系数的研究,水文地质工作者已研究了多孔介质水动力弥散效应的分形特征。根据已有的文献报导,不同基准尺度下模拟可求出不同的弥散度,再根据这些弥散度算出尺度效应分维。尺度效应分维作为一种定量指标,描述弥散度随尺度增加而增大的规律,为地下水污染的模拟、土壤中溶质运移模拟提供了新的概念与方便的参数估计方法。近几年来,分形理论在多孔介质多相流中的应用,也值得土壤科学工作者重视。

2.3 在土壤结构中的应用

Bartoil 等^[14]采用图像分析的方法,在一定尺度范围内,对自然土壤的切片进行分析求出了粉砂质土壤的质量与孔隙度的分形维数 D_m 、 D_p ;利用水银孔隙度仪与分形立方块产生模型确定出 $< 2\text{mm}$ 风干样品的表面分形维数 D_s 。结果表明: D_m 与 D_s 成正比,与平均孔隙度成反比,与水稳性大团粒的含量成正比。吴承祯等^[15]应用回归分析法,计算了福建省建瓯市不同经营模式土壤团粒结构的粒径分布的分维数,10 种经营模式土壤团粒结构的分维数在 2.337~2.671 之间,表现为 $> 0.25\text{mm}$ 的团粒含量越低,其结构的粒径分布的分维数越高,团粒粒径分布的分维数愈小,则土壤具有良好的结构与稳定性。分维数能客观反映团粒结构的结构性状,从而为土

壤的通透性及抗腐蚀性及土壤肥力的表征提供一个新的指标。

2.4 在土壤空间变异中的应用

土壤空间变异是高度不规则的,但其很近似于随机分数维,例如布朗随机过程。其一维形式的半方差函数为:

$$r(h)=1/2E[Z(x)-Z(x+h)]=1/2h^2H$$

式中的 H 值取值范围为 0.5~1,且与分数维 D 有关:

$$H = 2-D \quad D = \lg N / \lg r$$

其中 N 是规则分数维模式单元中划分的个数, r 是尺度比。如果采样其间被划分为 N 个间隔,则以 N^H 为此值的其它尺度半方差函数可以由该尺度的半方差函数所确定。将土壤性质的半方差函数绘在双对数方格纸上,则由其斜率 m 可计算 D:

$$m = 4-2D \quad D = (m-4)/2$$

2.5 在土壤制图中的应用

Richard W. Arnold^[16]根据分形几何学的原理,提出了用分数维测量图斑的方法,他使用的估计分维数 D 的公式是:

$$P=A^{0.5D} \quad \text{或} \quad D=2\lg P/\lg A$$

式中 P 为一个图斑的周长,即图斑边界线的长度, A 为该图斑面积, D 为图斑边界线或周长的分数维数。他计算了美国纽约州中部托木金斯县境内的两种土壤的一些图斑的分数维 D,分析了它们的变异。得出:图斑越大,界线越复杂,分维数越大。

Neil Pendock 等^[17]运用分形理论,对南非皮拉内斯堡得陆地卫星 MSS 图象进行了增强处理。李小昱^[18]提出了用分数维曲面的方法,提取卫星遥感图像的纹理信息,获得了明显的效果。曾志远等^[19],计算了四川万县实验区土壤图的分维数。

3 在土壤学中运用分形的途径

3.1 建立土壤体的数学模型

土壤体的数学特征是指土壤体各种属性的数量规律性,只有当揭示土壤体的数量规律性或当各种数学特征能反映土壤体的本质特征和总体特征时,才能称为土壤体的数学特征。由于土壤体本身是混沌动力学演化的结果,用于纯随机假设的传统统计方法是不能揭示其数学特征的。对此,可考虑描述土壤体数学特征的新参量—分维,这样既可以揭示其复杂程度,又可以在一定程度上反映其成因特征。同样,针对土壤体的概率数学模型和确定性数学模型,可以建立其分形模型。

3.2 建立土壤变异的数学模型

土壤学家们对这一问题进行了努力探索,也取得了许多成果。但是,土壤变异的非完全确定性和非纯粹随机性、影响因素的复杂性,都使得许多研究方法建立在近似、省略的基础上,难以揭示其内在规律。因此,要详细研究土壤变异过程中的各种因素,利用计算机这一有力工具,建立土壤变异的数学模型,模拟土壤演化过程。由于自然界中存在分形的证据日益增多,人们注意了分形形态的生长过程。同时也增强了人们进行混沌“正演”的信心。对于土壤的形成、化学元素的集散,都有可能在这种“正演”过程中找到演化的机制。

3.3 建立土壤工作方法的数学模型

在建立土壤空间变异数学模型时,主要有 3 个模型:数字高程模型、地统计学模型和分形模型。其中分形模型的应用几乎涉及到了土壤学的各个方面,表现出巨大的应用前景。但仅仅确定出土壤属性时空变异的分形维数是不够的,还需进行深入研究,使分形理论方法和空间变异性研究方法相结合,研究点到面的扩展、区域插值、区域土壤属性制图的定量化方法;使分形理论、混沌理论、时间序列分析等方法相结合,建立区域土壤属性在时间上变化的预报模型。在研究土壤质量时,可考虑其分形和混沌意义上的组合特征,在研究土壤变异时,可通过土体分形结构的研究,揭示土体的复杂特征。

4 分形几何理论在土壤学中应用展望

4.1 土壤表面的模拟

在土壤体三维空间中,根据一组数据点模拟和建立土壤体表面是土壤研究中常见的问题,目前存在着两大类方法,第一大类方法为线性方法,其中主要有克立格法、3 次样条函数法等,此类方法实质上都是根据相邻的已知数据点计算出新的数据点,在模拟过程中起到平滑滤波器的作用,引进了光滑度,而实际的土壤表面并不是光滑的,具有一定的粗糙度。为了在模拟中引进粗糙度,必须用非线性方法,即:应用分形理论模拟土壤表面,更能接近实际的土壤表面。但模拟表面的具体的计算公式和模型还须进一步研究。

4.2 土壤的分形特性与土壤肥力的关系

众多实验已经表明,土壤的结构、表面积等具有分形几何的特征,这就要求人们改变传统的观念,对具有不同分形特征的土壤,其中发生的呼吸、交换、化学反应、生物过程等是否存在着一定的规律,不同土壤结构、不同表面积分形特征的土壤其肥力

特征如何?土壤的肥力与土壤的分形特征的关系如何?这些问题尚待进一步研究。

4.3 土壤质量时空演化规律的研究

在对土壤质量时空演化规律的研究中,仅仅计算土壤质量时空演化的分形维数是不够的,还需从以下几个方面进行深入的研究:分形理论方法与空间变异性研究相结合,研究点到面的扩展、区域插值、区域土壤属性制图的定量化方法;分形理论和混沌理论、时间序列分析等方法相结合,建立区域土壤质量在时间上变化的预报模型;分形理论与 GIS、GPS 和遥感等技术相结合,建立区域土壤质量在空间上的动态变化模型。

总之,分形几何理论带给我们的不仅仅是方法上的更新,更重要的是观念上的突破。分形现象具有普遍性,这是我们在土壤学领域运用分形几何理论的指导思想之一。

参考文献

- 1 高安秀树著(沈步明、常子文译). 分数维. 北京:地震出版社,1989,20~42
- 2 董年科编著. 分形理论及其应用. 沈阳:辽宁科技出版社,1991,2~19
- 3 Gleick J 著.(张淑誉译). 混沌—开创新科学. 上海:上海译文出版社,1990,5~16
- 4 仪垂祥编著. 非线性科学及其在地学中的应用. 北京:气象出版社,1995,136~158
- 5 Cheng ZH, Zhang JB and Zhu AN. Introducing fractal dimension to estimation of soil sensitivity to preferential flow, *Pedosphere*. 2002, 12(3): 201~206
- 6 Turcotte DL. Fractals and fragmentation. *J. geophysical Res.*, 1986, 91: 1921~1926
- 7 Tyler SW and Wheatcraft SW. Application of fractal mathematics to soil water retention estimation. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 1989, 53: 987~996
- 8 Armstrong AC. On the fractal dimension of some transient soil properties. *Journal of soil science*, 1986, 37: 641~652
- 9 鲁植雄, 张维强等. 分形理论及其在农业土壤中的应用. *土壤学进展*, 1994, 22 (5): 40~45
- 10 Burrough PA. The fractal dimensions of landscapes and other environmental data. *Nature*, 1981, 294: 240~242
- 11 Burrough PA. Multiscale sources spatial variability in soil variation. *Journal of soil science*, 1983, 34: 577~597
- 12 Arya LM and Paris JF. A physicoempirical model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 1981, 45:1023~1030
- 13 龚元石, 廖超子等. 土壤含水量和容重的空间变异及其分形特征. *土壤学报*, 1998, 35(1): 10~15
- 14 Bartoil F, Philippp R, et al. Structure and self-similarity in silty and sandy soils: the fractal approach. *J. Soil Science*, 1991, 42: 167~185
- 15 吴承祯, 洪伟. 不同经营模式土壤团粒结构的分形特征研究. *土壤学报*, 1999, 36 (2): 162~167
- 16 Richard W Arnold. Fractal dimensions of some soil map units *Transactions. Kyoto, Japan*, 1990, 5: 29~97
- 17 Neik, Pendock, et al. Reducing the spectral dimension of remotely sensed data and the effect on information content, The proceeding of the seventh international symposium on remoting sensing of environment, Ann Arbor, Michigan, 1983, 1213~1222
- 18 李小昱, 雷廷武等. 农田土壤特性的空间变异性及分形特征. *干旱地区农业研究*, 2000, 18(4): 61~65
- 19 曾志远, 曹锦铎. 分数维几何学在地学和土壤制图学上的应用. *土壤*, 1991, 23(3): 117~122
- 20 李保国. 分形理论在土壤科学中的应用及其展望. *土壤学进展*, 1994, 22(1): 1~10

APPLICATION OF FRACTAL GEOMETRY IN PEDOLOGY AND ITS PROSPECTS

Cheng Xianfu Shi Xuezheng

(*Institute of Soil Science, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008*)

Abstract Major contents of the fractal geometry theory used in pedology are introduced in this paper. Application of the fractal theory in pedology is discussed in detail. Based on the fractal structure and character of soil data, approaches to and its prospects of the application of the fractal theory to pedology, are probed.

Key words Fractal, Fractal dimensions, Self-comparability, Pedology