

基于集对分析与三角模糊数耦合的土壤重金属污染评价模型^①

葛 康, 汪明武, 陈光怡

(合肥工业大学土木与水利工程学院, 合肥 230009)

摘 要: 土壤重金属污染程度综合评价问题是一个前沿的、复杂的不确定性问题。本文尝试利用集对分析方法描述土壤重金属污染评价过程中的确定性和不确定性特征, 并应用角模糊数刻画集对差异度系数以改进集对分析方法, 进而提出了基于集对分析与三角模糊数耦合的土壤重金属污染综合评价新模型。实例应用结果及与其他方法对比分析表明: 该模型评价过程直观、计算简便、结果客观合理, 在土壤重金属污染评价中具有参考价值。

关键词: 土壤重金属污染; 综合评价; 集对分析; 三角模糊数; 耦合模型

中图分类号: X822; O159

随着工农业生产活动的高度发展, 重金属污染及环境生态问题已严重威胁到社会公共安全和和谐持续发展, 故土壤中重金属元素污染评价问题一直受到中外土壤学家及环境科学家的普遍关注^[1-3]。然而影响土壤重金属评价涉及诸多不确定性和确定性因素, 尽管土壤中重金属形态分级方法早已提出, 但至今仍未找到很好的土壤环境中重金属污染评价方法, 从传统方法某个或几个指标出发来评价, 如从全量或与背景值的污染指数出发的评价方法、重金属总量结合土壤 pH 值来评价的方法, 没有考虑指标间的相互关系, 且影响因素具有模糊性和不确定性, 导致应用这些方法时的结果不太理想, 重金属的评价问题是一个复杂的不确定性问题。为此, 人们采用模糊数学方法来克服此难题, 如模糊综合评价法^[4]、层次分析模糊决策法^[5]、非线性可拓方法^[6]及改进灰色聚类法^[7-8]等方法来克服此问题, 但它们存在一定的局限性, 如传统模糊数学方法需要设计众多的隶属函数或白化函数, 当评价因素或评价等级数目较多时, 计算量大, 且不易区分相邻两类的差异; 可拓评价方法^[9]在计算关联度时常以区间中点为最优, 而这会遗漏重要的约束条件, 导致结果与实际某些情况存在差异等不足。而近来发展起来的集对分析理论可解决此问题, 它是一种处理综合不确定问题的系统分析方法, 而三角模糊数对处理信息不全具有优越性, 本文试从新的途径来探索基于集对分析理论和三角模糊数耦合的土壤重金属的不确定性分析新方法, 以客观真实地反映了土壤重金属污染状况。

1 理论基础

1.1 集对分析

集对分析理论 (set pair analysis) 是我国学者赵克勤先生于 1989 年所提出的一种不确定性系统分析新方法^[10-11], 经过不断发展、完善, 已被广泛应用于众多领域。集对分析是通过描述对象作“同、异、反”划分的基础上, 用联系数来表达两个集合间的关系, 最基本的三元联系数表达式为:

$$\mu = a + bi + cj \quad (1)$$

式中, a, b, c 分别表示集对的同度、差异度和对立度, $a, b, c \in [0, 1]$, 且 $a + b + c = 1$; i 为差异度系数, 取值区间为 $[-1, 1]$, 有时仅起差异标记作用; j 为对立度系数, 取值规定为 -1 , 有时仅起对立标记作用。

在实际问题分析中, 仅对描述对象所处的状态空间作“一分为三”的划分尚不够细化, 即三元联系数可能满足不了实际问题要求, 此时需要对联系数表达式作不同层次的扩展^[11], 通常对 bi 项进行扩展为多项后构成多元联系数, 本文应用的多元联系数表达式为:

$$\mu = a + b_1i_1 + b_2i_2 + b_3i_3 + cj \quad (2)$$

式中, a, b_1, b_2, b_3, c 为联系分量; $a, b_1, b_2, b_3, c \in [0, 1]$, 且 $a + b_1 + b_2 + b_3 + c = 1$; i_1, i_2, i_3 表示差异度系数。

1.2 三角模糊数

在实际应用中, 三角模糊数常应用于数据资料较少或精确性不高的工程实例的综合评价, 可实现表征和处理信息的模糊性和随机性^[12]。三角模糊数包含有确定和不确定的特点, 在本文实例中, 集对分析方法能描述土壤重金属污染评价过程中的确定性和不确定性特征, 但联系数的差异度系数在表示相邻标准等级之间的模糊性时的求解比较困难, 故在此试采用三角模糊数来解决这一难题。

^①基金项目: 国家自然科学基金项目 (40702049, 70771035) 和安徽省优秀青年科技基金项目 (08040106830) 资助。

作者简介: 葛康 (1988—), 男, 安徽桐城人, 硕士研究生, 主要从事工程结构抗震、抗风和防爆方面的研究。E-mail: gekang@126.com

定义1: 设在实数域 R 上的一个模糊数 A , 定义一个隶属函数: $\mu_A(x): R \rightarrow [0, 1] (x \in R)$, 若隶属函数 $\mu_A(x)$ 表示为:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ (x-a)/(b-a) & a < x \leq b \\ (c-x)/(c-b) & b \leq x < c \\ 0 & x \geq c \end{cases} \quad (3)$$

则称 A 为三角模糊数, 记作 $A = (a, b, c)$ 。其中, $a \leq b \leq c$; 当 $a = b = c$ 时, A 为一个精确数。三角模糊数的分布如图1所示。实际应用中, 用单一三角模糊数不足以表示清楚。因此, 下面将给出分段三角模糊数的定义。

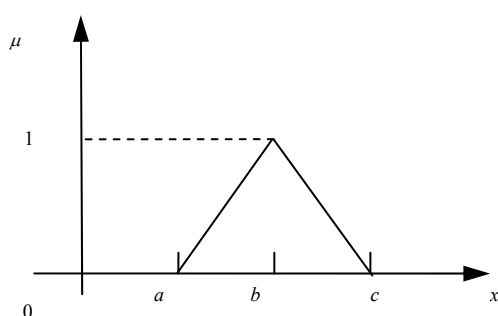


图1 三角模糊数

Fig. 1 Triangle fuzzy number

定义2: 设在实数域 R 上的一个模糊数 A , 定义一个隶属函数: $\mu_A(x): R \rightarrow [0, 1] (x \in R)$, 若隶属函数 $\mu_A(x)$ 表示为:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a_1 \\ (x-a_1)/(b_1-a_1) & a_1 < x \leq b_1 \\ (c_1-x)/(c_1-b_1) & b_1 \leq x < c_1 \\ 0 & x \geq c_1 \\ (x-a_2)/(b_2-a_2) & a_2 \leq x < b_2 \\ (c_2-x)/(c_2-b_2) & b_2 \leq x < c_2 \\ 0 & x \geq c_2 \end{cases} \quad (4)$$

称 A 为分段三角模糊数, 记作 $A = (a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2)$ 。其中, $a_1 \leq b_1 \leq c_1 \leq a_2 \leq b_2 \leq c_2$; 当 $a_1 = b_1 = c_1 = a_2$ 或 $c_1 = a_2 = b_2 = c_2$ 时, A 即为普通三角模糊数。分段三角模糊数的分布如图2所示。

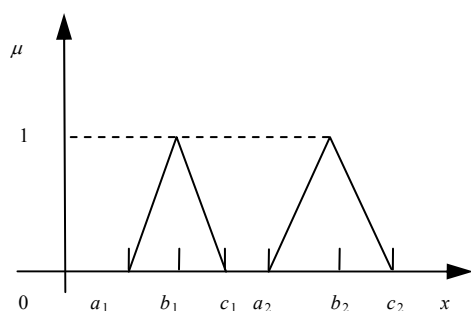


图2 分段三角模糊数

Fig. 2 Piecewise triangle fuzzy number

2 集对分析与三角模糊数耦合的综合评价模型

2.1 基本原理

基于集对分析与三角模糊数耦合的土壤重金属污染综合评价基本原理: 首先将土壤中各种污染因子指标的实际值与参考标准值构成一集对, 就这一集对做同异反决策分析, 利用三角模糊数构造其差异度系数 i , 然后基于三角模糊数确定联系数, 并结合评价指标权重来综合评价土壤重金属污染状况^[13]。

2.2 基于三角模糊数的差异度系数刻画

本文将土壤重金属综合评价等级分为清洁(I)、尚清洁(II)、轻污染(III)、中污染(IV)和重污染(V)等5级, 设等级界限值分别为 s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 , 按集对分析理论可知, 可将评价样本指标值符合I级标准的定义为同一度 a , 相应的同一度系数看作为1, 符合V级标准定义为对立度 c , 相应的对立度系数 j 取-1, 而将符合II、III、IV级标准定义为差异度。进一步细化, 由五元联系数定义, 设将符合II级标准定义为偏同差异性, 符合III级标准定义为中差异性, 符合IV级标准定义为偏反差异性, 相应地 i_1, i_2, i_3 分别称为偏同差异度系数、中差异度系数、偏反差异度系数^[10]。

因为相邻等级之间的差异度系数存在极大的模糊性, 本文利用三角模糊数来表示差异度系数的模糊性, 即采用分析取值法确定标准等级分割点处的差异度分量系数, 即将等级界限值 s_2, s_3, s_4 处的差异度系数分别取作 $i_1 = 0.5, i_2 = 0, i_3 = -0.5$, 相应的数学模型如下:

$$i_1 = \begin{cases} \frac{s_1 - c}{2(s_1 - s_2)} & c \text{ 介于 } s_1 \text{ 和 } s_2 \text{ 之间} \\ \frac{c - s_3}{2(s_2 - s_3)} & c \text{ 介于 } s_2 \text{ 和 } s_3 \text{ 之间,} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

$$i_2 = \begin{cases} \frac{c - s_3}{2(s_2 - s_3)} & c \text{ 介于 } s_3 \text{ 和 } s_2 \text{ 之间} \\ -\frac{s_3 - c}{2(s_3 - s_4)} & c \text{ 介于 } s_3 \text{ 和 } s_4 \text{ 之间} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

$$i_3 = \begin{cases} -\frac{s_3 - c}{2(s_3 - s_4)} & c \text{ 介于 } s_3 \text{ 和 } s_4 \text{ 之间} \\ \frac{c - s_5}{2(s_4 - s_5)} & c \text{ 介于 } s_4 \text{ 和 } s_5 \text{ 之间。} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

式中, c 表示评价指标的样本值; s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 分别表示 I~V 级标准值。函数图形如图3。

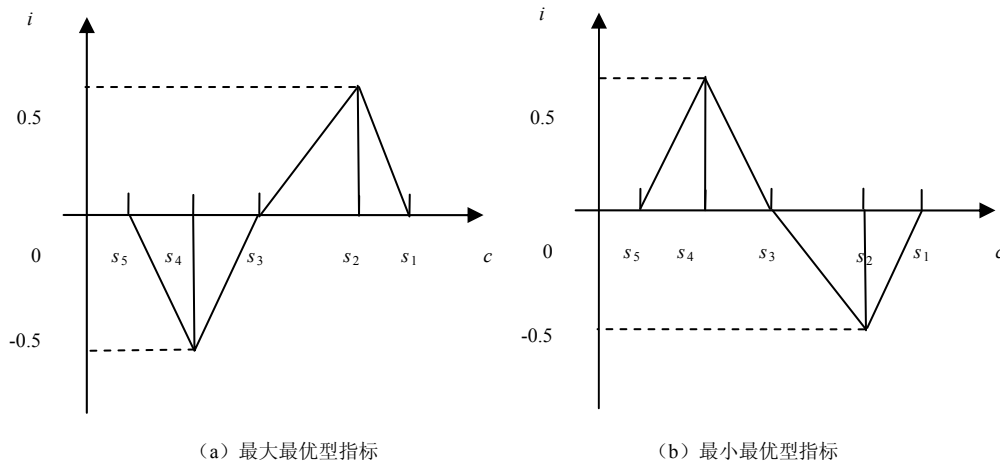


图 3 差异度系数的三角模糊数

Fig. 3 Triangle fuzzy number of discrepancy degree coefficient

显然, 本文所述的土壤重金属污染评价中的指标类型属于越小越优型。在 5 等级标准评价中, 不同的标准等级对“同、异、反”的隶属程度存在差异, 表现为联系度的表达形式也不相同, 给出评价指标样本值相对于评价标准的联系数表达式如下:

$$\mu_{mk} = \begin{cases} 1+0i_1+0i_2+0i_3+0j & c < s_1 \\ \frac{s-s_2}{s_1-s_2} + \frac{s_1-s}{s_1-s_2} i_1 + 0i_2 + 0i_3 + 0j & s_1 < c \leq s_2 \\ 0 + \frac{s-s_3}{s_2-s_3} i_1 + \frac{s_2-s}{s_2-s_3} i_2 + 0i_3 + 0j & s_2 < c \leq s_3 \\ 0 + 0i_1 + \frac{s-s_4}{s_3-s_4} i_2 + \frac{s_3-s}{s_3-s_4} i_3 + 0j & s_3 < c \leq s_4 \\ 0 + 0i_1 + 0i_2 + \frac{s-s_5}{s_4-s_5} i_3 + \frac{s_4-s}{s_4-s_5} j & s_4 < c < s_5 \\ 0 + 0i_1 + 0i_2 + 0i_3 + 1j & c \geq s_5 \end{cases} \quad (8)$$

式中, m 表示第 m 个评价指标, k 表示第 k 个评价样本; s 表示评价指标的样本值; s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 分别表示 I ~ V 级标准值。

由式 (5) ~ (8) 可得基于三角模糊数的联系数:

$$\mu_{mk} = \begin{cases} 1 & c \leq s_1 \\ \frac{s-s_2}{s_1-s_2} + \frac{(s_1-s)^2}{2(s_1-s_2)^2} & s_1 < c \leq s_2 \\ \frac{(s-s_3)^2}{2(s_2-s_3)^2} + \frac{(s-s_3)(s_2-s)}{2(s_2-s_3)^2} & s_2 < c \leq s_3 \\ -\frac{(s-s_4)(s_3-s)}{2(s_3-s_4)^2} - \frac{(s_3-s)^2}{2(s_3-s_4)^2} & s_3 < c < s_4 \\ -\frac{(s-s_5)^2}{2(s_4-s_5)^2} - \frac{s_4-s}{s_4-s_5} & s_4 < c < s_5 \\ -1 & c \geq s_5 \end{cases} \quad (9)$$

式中, $m, k, s, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5$ 含义同式 (4)。

2.3 评价模型

根据指标权重向量 w 和联系数值 μ_{mk} , 经过运算, 可以得出集对分析与三角模糊数的综合评价耦合模型的综合评价结果:

$$z_k = 3 - 2b_k \quad (10)$$

$$b_k = \sum_{m=1}^M w_m \mu_{mk} \quad (11)$$

式中, b_k 和 z_k 分别为待评样本的综合联系数和评价等级。

3 实例分析

实例采用文献[4]中的资料来验证构建模型的正确性和实用性。实例中选用华东某地区 10 个区域的土壤环境作为评价对象, 选用了 6 个评价因子, 即 Cd、Hg、Pb、Cr、Cu、Zn, 其权重参考文献[4]为 $w = \{0.339, 0.213, 0.110, 0.087, 0.103, 0.148\}$, 各评价因子的分级标准取值与文献[4]的标准取值相同, 并对文献中的 10 个监测点的监测值进行评价。各评价因子的分级标准和选定的最高允许值如表 1 所示; 10 个监测点的监测值^[14]如表 2 所示。根据前面探讨的分析步骤, 即可建立基于集对分析与三角模糊数耦合的土壤重金属污染综合评价模型。

以样本 1 (监测点 P_1) 为例说明模型的应用过程, 实例样本 P_1 中 Cd 的监测值为 0.461 7, 由分级标准表 1 可知该样本处于 II 级 (0.252 3) 和 III 级 (0.6) 之间, 将其值代入 (9) 式中, 可得 $\mu_{11} = 0.198$, 同理可求出 Hg、Pb、Cr、Cu、Zn 等污染因子的联系数

表 1 土壤环境重金属污染程度分级标准 (mg/kg)

Table 1 Classification of soil heavy metal pollution

污染因子	清洁 (I)	尚清洁 (II)	轻污染 (III)	中污染 (IV)	重污染 (V)
Cd	0.120 4	0.252 3	0.600 0	1.400 0	2.000 0
Hg	0.092 0	0.259 2	0.450 0	1.050 0	1.500 0
Pb	23.35	36.09	150.00	350.00	500.00
Cr	74.88	99.54	150.00	350.00	500.00
Cu	28.37	40.63	120.00	280.00	400.00
Zn	83.68	116.75	240.00	560.00	800.00

表 2 10 个监测点的监测结果 (mg/kg)

Table 2 Data from 10 monitoring points

污染因子	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀
Cd	0.461 7	0.304 0	0.220 0	0.100 0	0.870 0	0.484 0	8.200 0	—	0.120 0	0.120 0
Hg	0.178 0	0.225 0	0.230 0	0.160 0	0.300 0	0.190 0	0.600 0	0.030 0	0.110 0	0.060 0
Pb	22.87	24.62	24.20	14.77	37.15	20.73	50.00	26.36	21.45	16.90
Cr	75.72	75.71	61.00	73.59	92.59	88.11	—	71.62	68.17	59.80
Cu	26.35	28.76	28.90	22.89	50.66	44.26	40.60	22.78	28.24	21.80
Zn	119.95	118.53	86.60	76.96	148.28	98.63	838.46	76.810	82.550	70.00

分别为 0.618, 1, 0.967, 1, 0.505, 然后通过公式 (11)

可得, $b_1 = \sum_{m=1}^6 w_m \mu_{m1} = 0.198 \times 0.339 + 0.618 \times 0.213 + 1.000 \times 0.110 + 0.967 \times 0.087 + 1.000 \times 0.103 + 0.487 \times$

$0.148 = 0.568$ 。据 (10) 式即可得出 $z_1 = 3 - 2b_1 = 3 - 2 \times 0.568 = 1.864$ 。可见, 该值大于 1.5 较接近 2, 可判断此评价样本评价结果为 II 级。实例各样本的评价结果见表 3 所示。

表 3 基于三角模糊数的联系数的土壤重金属污染综合评价结果

Table 3 Evaluation on soil heavy metal pollution in different methods

样本	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀
综合评价结果 z_k	1.864	1.777	1.573	1.138	2.544	2.021	3.810	1.046	1.043	1.000
本文方法	II	II	II	I	III	II	IV	I	I	I
模糊综合评价法 ^[4]	I	II	II	II	II	II	IV	I	I	I
非线性可拓综合评价法 ^[6]	II	II	II	I	III	II	II	I	II	I
层次分析模糊决策法 ^[5]	II	II	II	I	III	II	IV	I	I	I
改进灰色聚类法 ^[7-8]	II	II	II	II	III	II	V	I	I	I

本文方法评价结果同其他方法结果的对比见表 3 所示。由表 3 可知用本文评价法和非线性可拓综合评价法所得结果除 P₉ 和 P₇ 测点结果有差别外其余 8 个测点完全一致, 与层次分析模糊决策法所得结果 10 个测点都完全一致, 从表 2 的监测数据可以看出 P₉ 测点的 5 个因子指标在 I 级范围, 只有 Hg 的指标位于 II 级范围内, 因此综合评定为 I 级更为合理。测点 P₇ 虽有 Cd、Zn 元素监测值超过 V 级, 但其余指标较小, 评为 IV 级较为合理。同理, 将本文方法与模糊综合评价法和改进灰色聚类法比较后也可见本文方法的合理性。由此可见, 将集对分析和三角模糊数耦合评价法应用于该区域进行土壤环境评价, 结果表明所得结果

比非线性可拓综合评价法、层次分析模糊决策法、模糊综合评价法和改进灰色聚类法灵敏度更高, 更能真实地反映出土壤本身受重金属污染的程度。总之, 本文方法的评价结果与其他各种方法的评价结果基本一致, 且其他几种评价方法仅能给出粗略的评价等级, 而本文给出的等级更加准确。

4 结语

本文探讨了基于集对分析与三角模糊数耦合的综合评价耦合模型, 可利用三角模糊数充分体现了差异度系数存在的模糊性和不确定性。实例应用结果表明该模型评价思路清晰、运算简便、评价结果精准;

同时,该模型将模糊数学知识和集对分析方法有机结合,为集对分析对不确定性的描述提供了一种有效的手段,不仅拓展了模糊数学的应用范围,丰富了集对分析方法,也为土壤评价提供了一种新的评价方法。

参考文献:

- [1] Verner JF, Ramsey MH, Helios-Rybicka E, Jędrzejczyk B. Heavy metal contamination of soils around a Pb-Zn smelter in Bukowno, Poland. *Applied Geochemistry*, 1996, 11(1/2): 11-16
- [2] Mohamed AMO, Cote K. Decision analysis of polluted sites – A fuzzy set approach. *Waste Management*, 1999, 19(7/8): 519-533
- [3] 钟晓兰, 周生路, 黄明丽, 赵其国. 土壤重金属的形态分布特征及其影响因素. *生态环境学报*, 2009, 18(4): 1 266-1 273
- [4] 彭再德. 模糊综合评价法在区域土壤环境重金属污染评价中的应用. *化工环保*, 1993, 13(4): 235-238
- [5] 李德豪. 层次分析模糊决策法评价土壤环境重金属污染. *石油化工高等学校学报*, 1997, 10(3): 51-54
- [6] 王作雷. 土壤重金属污染的非线性可拓综合评价. *土壤*, 2004, 36(2): 151-156
- [7] 谢贤平, 赵玉. 用改进灰色聚类法综合评价土壤污染. *矿冶* 1996, 5(3): 100-104
- [8] 孟宪林, 沈晋. 改进灰色聚类法在土壤重金属污染评价中的应用. *哈尔滨工业大学学报*, 1994, 26(6): 135-140
- [9] 候定丕, 王战军. 非线性评估的理论探索与应用. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2001
- [10] 赵克勤. 集对分析及其初步应用. 杭州: 浙江科学技术出版社, 2000
- [11] 赵克勤. SPA 的同反系统理论在人工智能研究中的应用. *智能系统学报*, 2007, 2(5): 21-35
- [12] 王琦. 实用模糊数学. 北京: 科学技术文献出版社, 1992: 191-201
- [13] 汪明武, 李丽, 金菊良. 围岩稳定性集对分析-可变模糊集综合评价模型. *岩土工程学报*, 2008, 30(6): 941-944
- [14] 汪雅各. 上海农业环境污染研究. 上海: 上海科技出版社, 1991

A Coupling Model of Set Pair Analysis and Triangular Fuzzy Numbers for Evaluation of Soil Heavy Metal Pollution

GE Kang, WANG Ming-wu, CHEN Guang-yi

(College of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: The comprehensive evaluation on pollution degree of soil heavy metals is a hot issue and complicated uncertain problem. Here a novel model coupling the theory of set pair analysis and the triangular fuzzy numbers was discussed to assess the pollution of soil heavy metal. The certain and uncertain characteristics in the evaluation procedure were described by using set pair analysis method. In order to improve the method of set pair analysis, the triangular fuzzy numbers were introduced to describe the discrepancy degree coefficient of set pair. A practical example was used to test the reliability and the validity of presented analysis model, and it was found that compared with the other methods, this proposed model was more reasonable and reliable, and would be of considerable referential importance in evaluating soil metal pollution.

Key words: Soil heavy metal pollution, Comprehensive evaluation, Set pair analysis, Triangular fuzzy number, Coupling model