

基于一维水平入渗确定土壤水分扩散率的迭代法^①

熊臻¹, 龙平^{1*}, 王观石^{1,2}, 黄颖¹, 罗嗣海², 熊紫彦¹

(1 江西理工大学土木与测绘工程学院, 江西赣州 341000; 2 江西省环境岩土与工程灾害控制重点实验室, 江西赣州 341000)

摘要: 本文先采用 Van Genuchten 模型(VG)描述土壤水分扩散率, 预设模型参数, 再通过 Philip 法计算不同体积含水率对应的 Boltzmann 参数($\theta - \lambda$ 数据), 与 $\theta - \lambda$ 数据的测试值进行比较, 进而采用内点法优化确定模型参数, 以此建立确定土壤水分扩散率的迭代法, 并通过 Hydrus-1D 模拟和文献数据验证方法的可行性。结果表明: 当体积含水率存在 10% 以内的测试误差时, 土壤水分扩散率计算结果的决定系数均能大于 0.995 0。对于分析体积含水率随时间变化的数据($\theta - t$ 数据)时, 受边界效应影响的临界含水率对计算结果影响较小, 即使临界含水率小于 $0.280 \text{ m}^3/\text{m}^3$, 其计算结果的决定系数也大于 0.997 0。与现有方法进行比较发现, 当测试数据为 $\theta - t$ 数据时, 本文建立的方法可以弥补现有方法难以准确确定高体积含水率区间的土壤水分扩散率的缺点。由此可见, 本文建立的方法可以准确确定土壤水分扩散率, 且受测试误差和临界含水率的影响较小, 可以为非饱和水分运动的研究提供可靠参数。

关键词: Richards 方程; Hydrus-1D 模拟; 水平入渗; 土壤水分扩散率; Philip 法

中图分类号: S152.7 文献标志码: A

Iterative Method for Determining Soil Water Diffusivity Based on One-dimensional Horizontal Infiltration

XIONG Zhen¹, LONG Ping^{1*}, WANG Guanshi^{1,2}, HUANG Ying¹, LUO Sihai², XIONG Ziyan¹

(1 School of Civil and Surveying Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou, Jiangxi 341000, China;
2 Jiangxi Provincial Key Laboratory of Environmental Geotechnical and Engineering Disaster Control, Ganzhou, Jiangxi 341000, China)

Abstract: This study employed the VG model to characterize soil water diffusivity, predefined model parameters, and utilized the Philip method to calculate Boltzmann parameters corresponding to varying water content ($\theta - \lambda$ data). Compared to the test values, the interior point method was used to determine model parameter. Consequently, an iterative method for determining soil water diffusivity was proposed. The applicability of the proposed method was verified through the Hydras-1D simulation and existing literature data. Results revealed that with a testing error of less than 10% in water content, the determination coefficients of the calculated soil moisture diffusivity consistently exceeded 0.995 0. When analyzing data on temporal water content variations ($\theta - t$ data), the critical water content which was influenced by boundary effects exerted minimal impact on the calculated outcomes, and even if it was below $0.280 \text{ m}^3/\text{m}^3$, the determination coefficient of the calculated results remained above 0.997 0. By contrast with existing methods, this method can offset difficulties of accurately determining soil water diffusivity in high water content ranges when the test data is $\theta - t$ data. Therefore, it is evident that the proposed method can accurately determine soil water diffusivity, with minimal influence from testing errors and critical water content. These above findings can provide reliable values for soil water diffusivity, aiding in the simulation of soil water movement.

Key words: Richards equation; Hydras-1D simulation; Horizontal imbibition; Soil water diffusivity; Philip method

模拟非饱和土壤水分运动, 可通过求解符合边界条件的 Richards 方程实现^[1-4], 该方法对涉及水分入渗的实际工程具有重要意义。而测定土壤水力特性是

求解 Richards 方程的关键之一^[5-8], 其中土壤水分扩散率是模拟土壤水分水平入渗运动的重要参数, 并且可作为测试土水特征曲线的中间参数, 用于简化土水

^①基金项目: 江西省自然科学基金项目(20212BAB211012)、国家自然科学基金项目(52364015)和江西省“千人计划”科技创新高端人才项目(jxsq2023201013)资助。

* 通讯作者(longp1234@163.com)

作者简介: 熊臻(1998—), 男, 江西宜春人, 硕士研究生, 主要从事土壤力学参数测试方面的研究。E-mail: 1354375859@qq.com

特征曲线测试^[9]。因此, 建立准确测定土壤水分扩散率的方法具有重要意义。

测试土壤水分扩散率的方法主要分为基于水流入渗过程的反演方法和基于水平入渗试验的直接测试法。Gardner^[10]提出利用压力盘出流数据来反演土壤水力特性, 其中包括反演土壤水分扩散率。反演方法通过水流入渗试验中的特定数据结合水流入渗模型能有效估计相应的土壤水力特性参数^[11-14]。但是反演方法受解的非唯一性影响, 需要严格的边界条件和特定的水流入渗过程数据才能减小其影响^[15-18]。Bruce 和 Klute^[19]提出利用一维水平试验测试土壤水分扩散率的水平入渗法, 该方法操作简单, 但是在收集试验数据时容易出现较大的误差^[20-23]。Evangelides 等^[24]通过记录湿润锋随时间运动情况, 结合累计入渗量, 利用其构造的函数计算土柱剖面含水率分布, 最终计算出土壤水分扩散率, 该方法避免了测试土壤含水率的误差, 但并没有较可靠的记录湿润锋位置变化的方法, 可能会影响结果的准确性。Villarreal 等^[25]在试验土柱上布置水分传感器记录特定位置处含水率随时间变化数据, 以替代土柱剖面含水率分布数据, 但由于存在边界效应, 该方法的传感器摆放位置会对结果造成一定影响。为减小边界效应影响, 帅嘉伟等^[26]提出求解一维水平入渗 Richards 方程在第一类边界条件下的近似解析解, 基于近似解析解, 修正受边界影响的数据, 再采用水平入渗法确定土壤水分扩散率, 虽然该方法能降低边界效应影响, 但是受含水率测试误差的影响较大。

为了降低测试误差对水平入渗法测试结果的影响, 本文结合 Van Genuchten(VG)模型^[27]和 Philip 法^[28], 先预设模型参数, 采用 Philip 法计算不同体积含水率对应的 Boltzmann 参数^[19], 量化计算值与测试值的误差, 再通过优化算法确定模型参数, 以此建立具有抵抗测试误差能力的迭代法确定土壤水分扩散率, 并通过数值模拟和文献数据验证该方法的合理性, 以期为涉及水分入渗的实际模拟提供准确参数。

1 研究方法与数据来源

1.1 一维水平入渗基本方程

一维水平入渗可以采用一维水平 Richards 方程描述, 如式(1)所示; 对于第一类边界条件下, 无限长水平入渗的定解条件如式(2)所示^[29-30]。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$\begin{cases} \theta(x=0, t \geq 0) = \theta_0 \\ \theta(x > 0, t = 0) = \theta_{\text{ini}} \\ \theta(x \rightarrow \infty, t \geq 0) = \theta_{\text{ini}} \end{cases} \quad (2)$$

式中: t 为时间, d ; x 表示水平坐标, 本文以土柱最左端为原点、水平向右为正方向, m ; θ 为体积含水率, m^3/m^3 ; D 为土壤水分扩散率, 是体积含水率的函数, $D=D(\theta)$, m^2/d ; θ_0 和 θ_{ini} 分别为进水端边界土壤含水率和初始含水率, m^3/m^3 。

第一类边界条件下, 采用 Boltzmann 变换处理式(1), 可以得到式(3)^[31]:

$$\int_{\theta_{\text{ini}}}^{\theta} \lambda d\theta = -2D(\theta) \frac{d\theta}{d\lambda} \quad (3)$$

式中: λ 为 Boltzmann 变换参数, $\lambda = x/t^{0.5}$, $m/d^{0.5}$ 。

1.2 Philip 法

式(3)给出了 λ 随 θ 变化的隐式关系, 当给定土壤水分扩散率 D 时, 为了计算不同 θ 对应的 λ , Philip 提出了一种求解方法, 具体计算步骤如下^[31]:

1) 将含水率区间 $[\theta_0, \theta_{\text{ini}}]$ 等分为 n 份, 分别记为 $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$, 其中 $\theta_0 = \theta_0$, $\theta_n = \theta_{\text{ini}}$, 步长 $\Delta\theta = (\theta_0 - \theta_{\text{ini}})/n$, 将各个体积含水率代入 $D - \theta$ 的关系式中, 即可得到 $D_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$, 将 D_i 代入式(4)中, 得到土壤水分扩散率的加权平均值 \bar{D} ; 采用线性差分计算 $D_{i+1/2}$ 的值(式(5)), $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$ 。

$$\bar{D} = \frac{2}{n^2} \sum_{i=0}^n (n-i) D_i \quad (4)$$

$$D_{i+1/2} = \frac{D_i + D_{i+1}}{2} \quad (5)$$

式中: n 和 i 分别为含水率区间等分份数及编号; \bar{D} 为土壤水分扩散率的加权平均值。

2) 采用式(6)计算 λ_1 , 然后交替采用式(7)和式(8)计算 $I_{i+1/2}$ 和 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$ 。

$$\lambda_1 = 2D_{1/2}/I_{1/2} \quad (6)$$

$$I_{i+1/2} = I_{(i-1)+1/2} - \lambda_i \quad (7)$$

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i + 2D_{i+1/2}/I_{i+1/2} \quad (8)$$

式中: $I_{i+1/2}$ 为简化计算引入的迭代变量。

3) 采用式(9)计算 $I_{i+1/2}$ 的迭代初始值 $I_{1/2}$ 。

$$I_{1/2} = 2n\sqrt{\bar{D}/\pi} \quad (9)$$

4) 采用式(10)计算参数 y , 采用式(11)计算参数 A ; 再分别采用式(12)和式(13)计算 $I_{n-1/2}^F$ 和 $I_{n-1/2}^S$ 的值, 计算 $I_{n-1/2}^F$ 和 $I_{n-1/2}^S$ 的相对误差(式(14))。

$$y = \frac{\lambda_{n-1}}{2\sqrt{D_{n-1/2}}} \quad (10)$$

$$A = \frac{2ye^{-y^2}}{\sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(y)} - 2y^2 \quad (11)$$

$$I_{n-1/2}^F = I_{(n-2)+1/2} - \lambda_{n-1} \quad (12)$$

$$I_{n-1/2}^S = \frac{\lambda_{n-1}}{2} + \frac{2D_{n-1/2}A}{\lambda_{n-1}} \quad (13)$$

$$\Delta = |I_{n-1/2}^F - I_{n-1/2}^S| \quad (14)$$

式中: Δ 为迭代误差; $I_{n-1/2}^F$ 和 $I_{n-1/2}^S$ 分别为迭代值和相对精确值; y 和 A 为简化计算引入的迭代变量。

5) 给定最大允许误差值 $[\Delta]$, 若 $\Delta \leq [\Delta]$, θ_i 对应的 λ_i 即为所求结果; 若 $\Delta > [\Delta]$, 采用式(15)修正 $I_{1/2}$ 的值, 重复上述步骤 3)、4) 和 5), 直至 $\Delta \leq [\Delta]$ 。

$$I_{1/2} = I_{1/2} - \frac{\Delta}{2} \quad (15)$$

1.3 确定土壤水分扩散率的迭代法

1) 试验数据为 $\theta-x$ 数据。某一时刻, 得到了水平入渗土柱上不同位置的体积含水率(即 $\theta-x$ 数据), 采用 $\lambda=x/t^{0.5}$, 将 $\theta-x$ 数据转化为 $\theta-\lambda$ 数据, $\lambda_{\text{test},0}^*$ 、 $\lambda_{\text{test},1}^*$ 、 \dots 、 $\lambda_{\text{test},k}^*$ 、 \dots 、 $\lambda_{\text{test},N}^*$ 对应的体积含水率分别为 $\theta_{\text{test},0}^*$ 、 $\theta_{\text{test},1}^*$ 、 \dots 、 $\theta_{\text{test},k}^*$ 、 \dots 、 $\theta_{\text{test},N}^*$, 测试土柱的初始含水率 θ_{ini} 、稳定含水率 θ_0 和饱和含水率 θ_s 。采用 VG 模型量化土壤水分扩散率随体积含水率的变化规律(式(16)), 给定参数 $[\theta_r, m, D_s]$, 设定 n 和 $[\Delta]$ 的值, 采用 1.2 节介绍的 Philip 法, 即可得到 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$ 对应 λ 的计算值, 分别记为 $\lambda_{\text{cal},1}, \lambda_{\text{cal},2}, \dots, \lambda_{\text{cal},i}, \dots, \lambda_{\text{cal},n}$ 。同时, 当 $\theta=\theta_0$ 时, 对应 λ 的值为 0, 则 $\lambda_{\text{cal},0}=0$; 当 $\theta=\theta_{\text{ini}}$ 时, 对应 λ 的值为 ∞ , 为了避免 Philip 法的计算结果出现 ∞ , 采用试验数据中 λ 的最大值 λ_{\max} 代替 $\lambda_{\text{cal},n}$ 。采用插值算法处理 $\theta-\lambda$ 数据的计算值, 得到 $\lambda_{\text{test},0}^*, \lambda_{\text{test},1}^*, \dots, \lambda_{\text{test},k}^*, \dots, \lambda_{\text{test},N}^*$ 对应体积含水率的计算值 $\theta_{\text{cal},1}, \theta_{\text{cal},2}, \dots, \theta_{\text{cal},k}, \dots, \theta_{\text{cal},N}$ 。以体积含水率的试验值和计算值的平方和作为计算误差(式(17)), 采用内点法搜索计算误差最小时对应的参数 $[\theta_r, m, D_s]$, 将得到的参数代入式(16), 即可得到土壤水分扩散率 $D(\theta)$ 。由于采用的 Philip 法是通过迭代的方式计算 λ , 因而本文将提出的方法称为迭代法。

$$D = \frac{D_s \left[1 - \left(1 - \Theta^{1/m} \right)^m \right]^2}{\Theta^{(m+2)/(2m)} \left(\Theta^{-1/m} - 1 \right)^m} \quad (16)$$

$$\xi = \sum_{k=1}^N (\theta_{\text{test},k} - \theta_{\text{cal},k})^2 \quad (17)$$

式中: Θ 为标准化含水率, $\Theta = (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$, θ_r 和 θ_s 分别为残余和饱和含水率, m^3/m^3 ; $D_s = K_s / [nma(\theta_s - \theta_r)]$, m^2/d , 其中 n 、 m 和 a 为土柱孔隙分布相关的参数, $m = 1 - 1/n$, K_s 为饱和渗透系数, m/d ; θ_{test} 和 θ_{cal} 分别体积含水率的试验值和计算值, m^3/m^3 ; ξ 为体积含水率计算误差。

2) 试验数据为 $\theta-t$ 数据。在土柱上布置监测点, 监测该位置体积含水率随时间的变化(即 $\theta-t$ 数据), 采用 $\lambda = x/t^{0.5}$, 将 $\theta-t$ 数据转化为 $\theta-\lambda$ 数据, 采用文献[26]的方法确定受边界效应影响的临界含水率 θ_{lim} , 以 $[\theta_{\text{ini}}, \theta_{\text{lim}}]$ 范围内的 $\theta-\lambda$ 数据作为基础数据。之后, 计算土壤水分扩散率的过程与试验数据为 $\theta-x$ 数据时相同, 不再赘述。

1.4 数据来源

通过数值模拟数据及他人一维水平入渗试验数据验证本文方法, 其中, 数值模拟数据通过 Hydrus-1D 软件获取, 他人试验数据引用 Villarreal 等^[25]、帅嘉伟等^[26]和雷志栋^[31]研究中的一维水平入渗试验数据。利用数值模拟及他人试验中的 $\theta-x$ 数据和 $\theta-t$ 数据确定一维水平入渗率, 再与对应一维水平入渗率的真实值比较, 验证方法的可靠性。

1.5 Hydrus-1D 数值模拟试验

采用 Hydrus-1D 软件模拟水分在壤砂土、砂壤土、砂质黏壤土和壤土 4 种土柱中的一维水平入渗过程。土柱的长度设置为 1 m, 土壤水分扩散率与体积含水率的关系采用 VG 模型描述, 4 种土柱的 VG 模型参数如表 1 所示^[27]。左边界($x=0$)设置为定含水率边界($\theta=\theta_0$), 右边界($x=L$, L 为土柱长度, m)设置为自由排水边界, 初始时刻土柱的含水率为 θ_{ini} , 4 个土柱 θ_0 和 θ_{ini} 的取值也列于表 1。在 $x=0.25$ m 处布置测点, 监测测点处体积含水率 θ 随时间 t 的变化($\theta-t$ 数据)。

表 1 基本参数^[27]
Table 1 Basic parameters

土壤质地	$\theta_r(\text{m}^3/\text{m}^3)$	$\theta_s(\text{m}^3/\text{m}^3)$	$\alpha(\text{m}^{-1})$	n	$K_s(\text{m/d})$	$\theta_0(\text{m}^3/\text{m}^3)$	$\theta_{\text{ini}}(\text{m}^3/\text{m}^3)$
壤砂土	0.057	0.410	12.4	2.28	3.502 0	0.390	0.150
砂壤土	0.065	0.410	7.5	1.89	1.061 0	0.390	0.150
砂质黏壤土	0.100	0.390	5.9	1.48	0.314 4	0.370	0.150
壤土	0.078	0.430	3.6	1.56	0.249 6	0.410	0.150

注: θ_s 为饱和含水率; θ_r 为残余含水率; α 和 n 为与土柱孔隙分布相关的参数; K_s 为饱和渗透系数; θ_0 为进水端边界土壤含水率; θ_{ini} 为初始含水率。

2 结果与分析

2.1 测试误差的影响

4 种土体分别在 $t=0.6$ 、 1.6 、 12 和 6.0 d 时, 体积含水率随坐标变化的 Hydrus-1D 模拟结果如图 1 所示。模拟结果通过式(18)引入随机误差, 随机误差

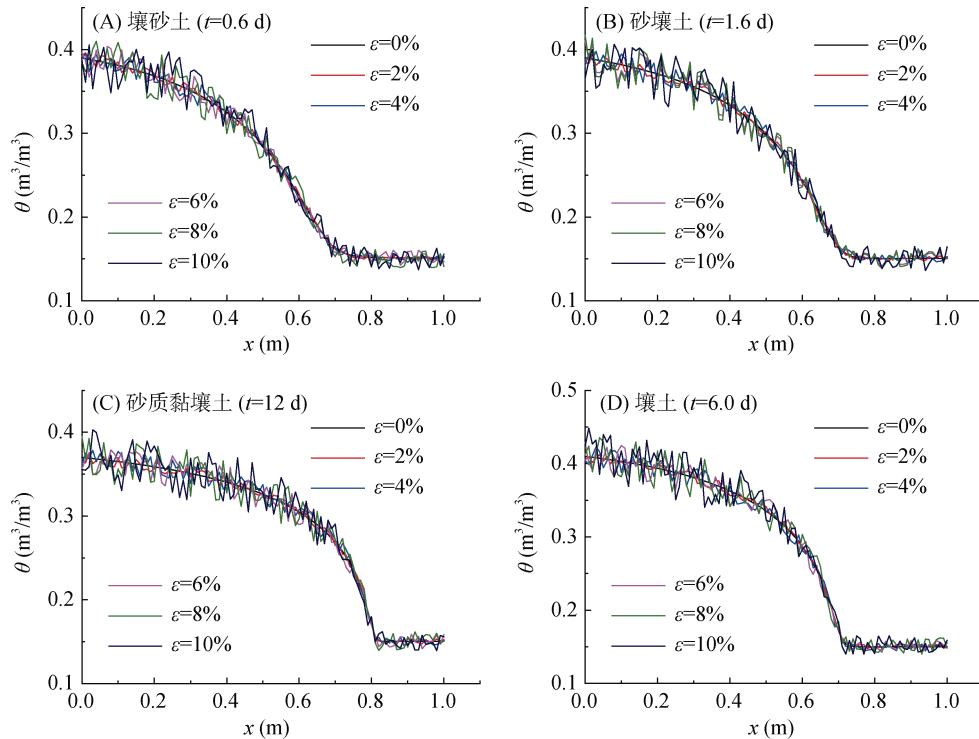


图 1 体积含水率随坐标 x 的变化情况
Fig. 1 Change of volumetric water content with x coordinates

采用上述建立的迭代法分析图 1 所示的数据, 得到 $[\theta_r, m, D_s]$ 结果如表 2 所示, 将参数 $[\theta_r, m, D_s]$ 代入式(16)中, 即可得到土壤水分扩散率的计算值, 以理论值为横坐标, 以计算值为纵坐标, 展示土壤水分扩散率计算值与理论值的差异, 结果如图 2 所示。由图 2 可知, 不同测试误差的计算结果均分布在 $1:1$ 线附近, 采用决定系数(式(19))量化计算值与理论值的误差, 决定系数的结果也列于表 2。计算结果表明, 当测试误差在 $[0, 10\%]$ 范围内时, 决定系数均大于 0.990 0, 由此可见, 迭代法的计算结果受体积含水率测试误差的影响较小。

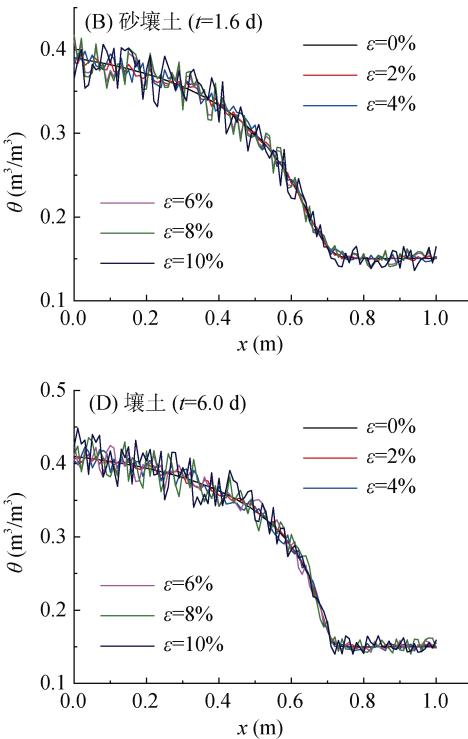
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (D_{\text{theory},i} - D_{\text{cal},i})^2}{\sum_{i=1}^N \left(D_{\text{theory},i} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_{\text{theory},i} \right)^2} \quad (19)$$

式中: R^2 为决定系数; D_{theory} 为土壤水分扩散率的理论值; D_{cal} 为土壤水分扩散率的计算值; i 为体积含

分别为 0%、2%、4%、6%、8% 和 10% 的结果也绘制于图 1。

$$\theta_\varepsilon = [1 - 2(\text{rand} - 0.5)\varepsilon] \theta \quad (18)$$

式中: rand 为取 $[0, 1]$ 范围内的随机数运算; ε 为随机误差; θ_ε 为带有随机误差的体积含水率, m^3/m^3 。



水率的编号; N 为总体积含水率数据个数。

由表 2 可知, 对于壤土, 不同的随机误差情况下, θ_r 、 m 和 D_s 的计算结果分别在 $[0.000, 0.062]$ 、 $[0.253, 0.448]$ 和 $[0.188, 0.838]$ 范围内变化, θ_r 、 m 和 D_s 的变异系数 CV(标准差与均值之比)分别为 70.1%、19.8% 和 45.3%, 由此可见, m 值计算结果的波动最小, θ_r 计算结果的波动最大。对于 m 值, $CV \in [16\%, 35\%]$, 说明 m 的计算结果具有中等变异性, 对于 θ_r 和 D_s , $CV > 35\%$, 说明 θ_r 和 D_s 的计算结果具有高度变异性。虽然 3 个参数计算结果的变异较大, 但是土水特征曲线计算结果的决定系数大于 0.990 0, 说明总体计算误差较小, 以下通过响应曲面法分析原因。

Hydrus-1D 中, 壤土 VG 模型参数 $[\theta_r, m, D_s]$ 的理论值为 $[0.078, 0.359, 0.352]$ ^[27], 将 $[\theta_r, m, D_s]$ 的理论值代入式(16)中, 即可得到土壤水分扩散率的理论值 D_{theory} 。同时改变两个参数的值, 另一个参数取理论值, 通过式(16)得到这种参数组合下土壤水分扩散率

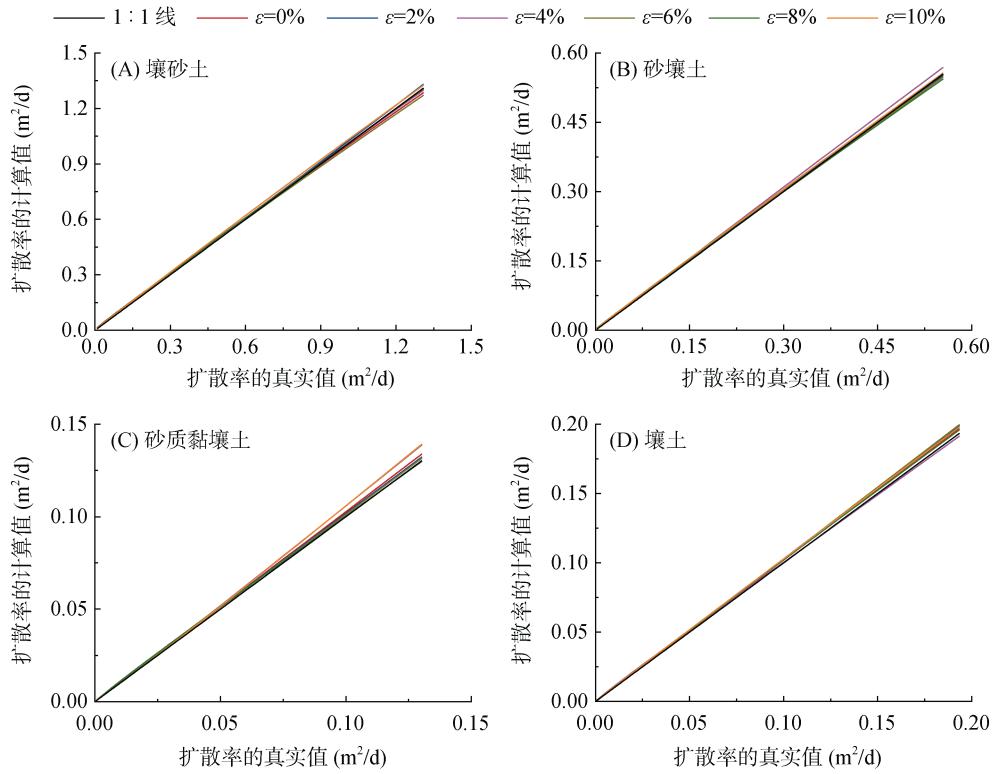


图2 采用迭代法分析 Hydrus-1D 数据得到的土壤水分扩散率计算值与理论值的比较

Fig. 2 Comparison of calculated value and theoretical value of soil water diffusivity obtained from Hydrus-1D data by iterative method

表2 迭代法分析 $\theta-x$ 数据的计算结果Table 2 Calculation results of $\theta-x$ data analysis by iterative method

土壤质地	参数	测试误差(%)					
		0	2	4	6	8	10
壤砂土	θ_r	0.008	0.050	0.006	0.001	0.031	0.000
	m	0.499	0.650	0.452	0.467	0.569	0.426
	D_s	0.785	0.391	1.063	0.937	0.562	1.274
	R^2	0.998 7	0.999 1	0.999 3	0.998 9	0.999 0	0.998 2
砂壤土	θ_r	0.001	0.000	0.032	0.000	0.000	0.037
	m	0.363	0.365	0.399	0.373	0.382	0.411
	D_s	0.853	0.834	0.712	0.777	0.719	0.654
	R^2	0.999 4	0.999 4	0.998 4	0.999 3	0.999 1	0.999 1
砂质黏壤土	θ_r	0.059	0.080	0.020	0.073	0.122	0.000
	m	0.262	0.302	0.206	0.293	0.432	0.187
	D_s	0.648	0.448	1.220	0.480	0.177	1.562
	R^2	0.998 9	0.999 2	0.996 0	0.999 5	0.999 1	0.996 1
壤土	θ_r	0.034	0.016	0.092	0.000	0.075	0.062
	m	0.302	0.274	0.448	0.253	0.377	0.344
	D_s	0.531	0.688	0.188	0.838	0.306	0.393
	R^2	0.999 3	0.998 7	0.999 4	0.998 8	0.999 2	0.998 7

D , 采用决定系数量化 D 与 D_{theory} 的差异, 则可以得到 θ_r-m-R^2 、 $\theta_r-D_s-R^2$ 和 D_s-m-R^2 的响应曲面, 结果如图 3 所示。由图 3A 和图 3B 可知, 响应曲面的等

值线几乎相互平行, 表明决定系数的变化对于 θ_r 不敏感, 因而 θ_r 计算结果的变异系数较大, 但是 m 和 D_s 取合适值时, 不同的 θ_r 均能达到较大的决定系数。

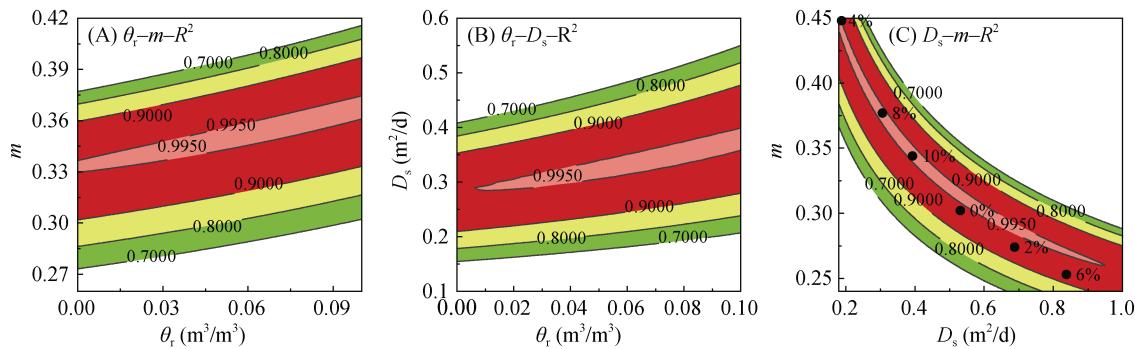


图 3 壤土的 VG 模型参数对土壤水分扩散率影响的响应曲面
Fig. 3 Response surfaces of VG model parameters on soil water diffusivity in loam soil

由图 3C 可知, 当给定 θ_r 时, 决定系数为 0.995 0 对应的 $[m, D_s]$ 参数组合呈月牙状, 即在该范围的 $[m, D_s]$ 参数值均能得到较为准确的土壤水分扩散率, 说明参数 $[m, D_s]$ 取值在有较大差异时, 仍可得到与真实值相比差异较小的土壤水分扩散率。

2.2 临界含水率的影响

$x=0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ 和 0.9 m 处的体积含水率随时间的变化情况如图 4 所示, 采用文献[26]的方法确定受边界效应影响的临界含水率 θ_{lim} , 结果也列于图 4。随着监测点越靠近出水口, 临界含水率越小, 受边界效应影响的体积含水率范围越大。采用上述迭代法分析 $[\theta_{\text{ini}}, \theta_{\text{lim}}]$ 范围的 $\theta-t$ 数据, 得到 $[\theta_r, m, D_s]$

的计算值如表 3 所示。仍然以壤土为例进行分析, θ_r 、 m 和 D_s 的变异系数 CV 分别为 96.7%、15.9% 和 40.2%, 即当选择不同位置的 $\theta-t$ 数据分析时, θ_r 和 D_s 具有较大的变异性。随着测点与入水口的距离增加, 决定系数没有明显变化, 决定系数均大于 0.980 0。对于所分析的 4 种土体类型, 当 $x=0.9\text{ m}$ 时, 不受边界效应影响的含水率区间分别为 $[0.150, 0.235]$ 、 $[0.150, 0.241]$ 、 $[0.150, 0.266]$ 和 $[0.150, 0.281]$, 得到的土壤水分扩散率的决定系数分别为 0.998 5、0.998 7、0.997 9 和 0.998 4, 均大于 0.990 0。由此可见, 受边界效应影响的临界含水率对计算结果的影响较小。

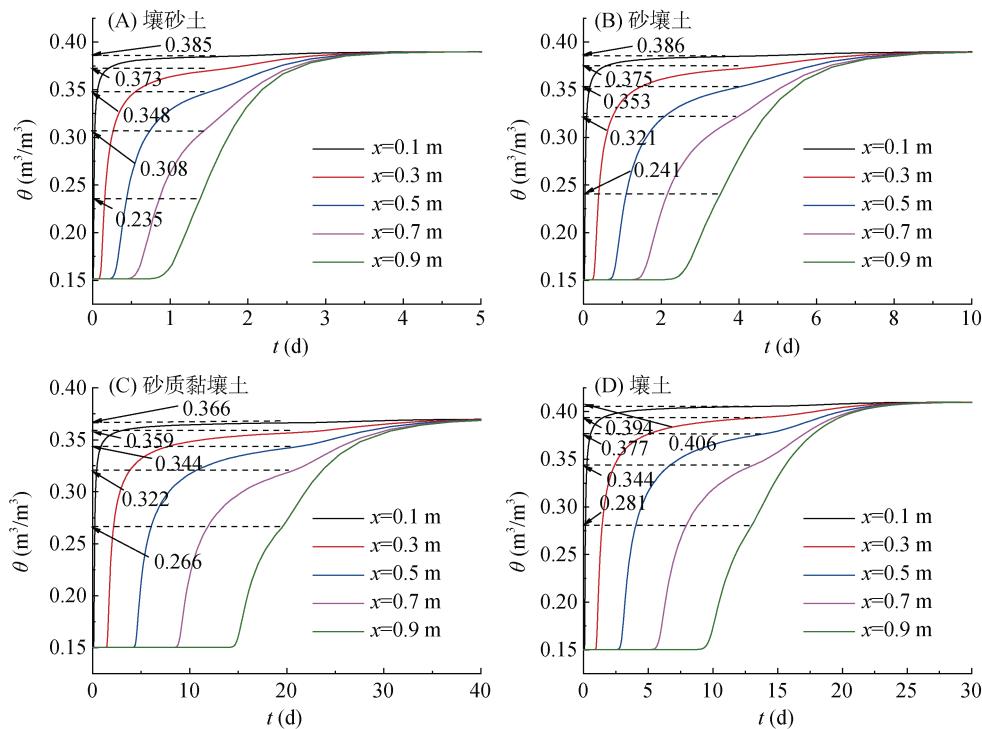


图 4 体积含水率随时间的变化情况
Fig. 4 Change of volumetric water content with time

表3 迭代法分析 $\theta-t$ 数据的计算结果Table 3 Calculation results of $\theta-t$ data analysis by iterative method

土壤质地	参数	x(m)				
		0.100	0.300	0.500	0.700	0.900
壤砂土	$\theta_r (\text{m}^3/\text{m}^3)$	0.014	0.032	0.025	0.024	0.033
	m	0.833	0.623	0.559	0.566	0.557
	$D_s (\text{m}^2/\text{d})$	0.156	0.422	0.583	0.557	0.612
	R^2	0.995 5	0.998 7	0.998 9	0.998 8	0.998 5
砂壤土	$\theta_r (\text{m}^3/\text{m}^3)$	0.014	0.000	0.000	0.050	0.037
	m	0.504	0.375	0.364	0.451	0.417
	$D_s (\text{m}^2/\text{d})$	0.334	0.774	0.844	0.511	0.631
	R^2	0.994 2	0.999 0	0.999 3	0.999 1	0.998 7
砂质黏壤土	$\theta_r (\text{m}^3/\text{m}^3)$	0.013	0.000	0.036	0.047	0.039
	m	0.322	0.216	0.240	0.246	0.231
	$D_s (\text{m}^2/\text{d})$	0.321	0.982	0.787	0.752	0.907
	R^2	0.981 2	0.997 7	0.998 6	0.998 7	0.997 9
壤土	$\theta_r (\text{m}^3/\text{m}^3)$	0.000	0.044	0.011	0.023	0.004
	m	0.381	0.360	0.277	0.285	0.255
	$D_s (\text{m}^2/\text{d})$	0.250	0.330	0.653	0.613	0.833
	R^2	0.987 3	0.998 7	0.999 1	0.999 2	0.998 4

2.3 迭代法的试验验证

为了进一步通过试验数据验证本文提出方法的合理性, 利用他人研究中的一维水平入渗试验数据进行验证(图5, 4种土柱分别为CHA^[25]、DOR^[25]、XF^[26]和LEI^[31])。采用迭代法分析时所需要的参数列于表4, $[\theta_r, m, D_s]$ 的计算结果也列于表4。对于LEI^[31], $[\theta_r, m, D_s]$ 迭代法的计算结果为[0.034, 0.222, 8.131], 将参数代入式(16), 得到土壤水分扩散率如图6所示, 与水平吸渗法的结果进行对比, 决定系数达到了0.891 5, 将迭代法得到的土壤水分扩散率作为已知数据, 采用Philip法计算 λ 随 θ 变化, 结果如图5D所示, 与试验数据的决定系数为0.975 7。对于CHA^[25]和DOR^[25], 土壤水分扩散率的计算结果分别如图5A和图5B所示, 与试验数据进行比较, 本文方法的决定系数分别为0.850 0和0.962 0, 文献中经验模型的决定系数分别为0.500 3和0.713 3^[25], 本文方法优于经验模型, 且对于体积含水率大于0.350 m^3/m^3 对应土壤水分扩散率的结果, 经验模型的决定系数分别仅为0.148 8和0.405 9, 而本文方法分别为0.746 7和0.930 4, 由此可见, 本文方法可以弥补经验模型难以准确确定高体积含水率区间的土壤水分扩散率的不足。对于XF^[26], 测试数据为 $x=0.45 \text{ m}$ 处的 $\theta-t$ 数据, 临界含水率为0.321 m^3/m^3 , $[\theta_r, m, D_s]$ 迭代法的计算结果为[0.000, 0.218, 10.650], 将参数代入式(16), 得到土壤水分扩散率如图6C所示, 采用式(1)

模拟一维水平入渗, 得到 $x=0.45 \text{ m}$ 处 $\theta-t$ 数据的计算值, 并转化为 $\theta-\lambda$ 数据, 结果如图5C所示, 其与试验值的决定系数为0.993 4。

综上所述, 采用迭代法分析试验数据, 土壤水分扩散率的决定系数均在0.850 0以上, 具有较高的精度, 与Villarreal等^[25]和帅嘉伟等^[26]提出的方法相比, 迭代法可以提高高含水率区域土壤水分扩散率计算结果的精度, 同时受测试误差影响较小, 迭代法具有较高的合理性。

3 结论

本文结合VG模型和Philip法, 先预设模型参数, 采用Philip法得到 $\theta-\lambda$ 数据的计算值, 再以决定系数量化计算值与测试值的误差, 通过内点法优化模型参数, 以此建立具有抵抗测试误差能力的迭代法, 并通过数值模拟和文献数据验证了该方法的合理性, 得到以下结论:

- 1) 采用迭代法分析测试误差0%~10%的 $\theta-x$ 数据, θ_r 和 D_s 的变异系数大于35%, m 的变异系数 $\in [16\%, 35\%]$, 说明 θ_r 和 D_s 具有高度变异性, m 具有中等变异性, 将 $[\theta_r, m, D_s]$ 的结果代入VG模型, 得到土壤水分扩散率计算结果的决定系数均大于0.995 0。由此可见, 土壤水分扩散率的计算结果精度较高, 且受测试误差的影响较小。
- 2) 对于 $\theta-t$ 数据, 随着与入水口的距离增加,

临界含水率 θ_{lim} 减小, 不受边界效应影响的含水率范围 $[\theta_{\text{ini}}, \theta_{\text{lim}}]$ 越窄。采用迭代法分析不同位置处 $[\theta_{\text{ini}}, \theta_{\text{lim}}]$ 范围的 $\theta - t$ 数据, 确定土壤水分扩散率, 结果表

明, 土壤水分扩散率计算结果的决定系数均大于 0.990 0, 说明临界含水率 θ_{lim} 对土壤水分扩散率结果的影响较小。

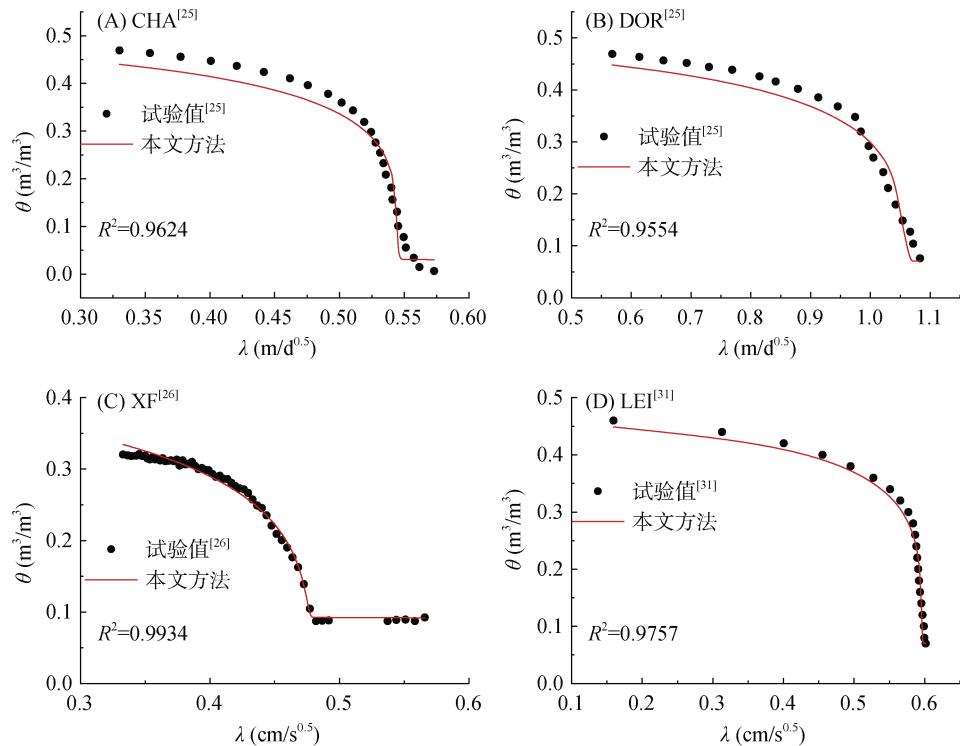


图 5 文献中一维水平入渗数据及其迭代法模拟

Fig. 5 One-dimensional horizontal infiltration data and its iterative simulation in literatures

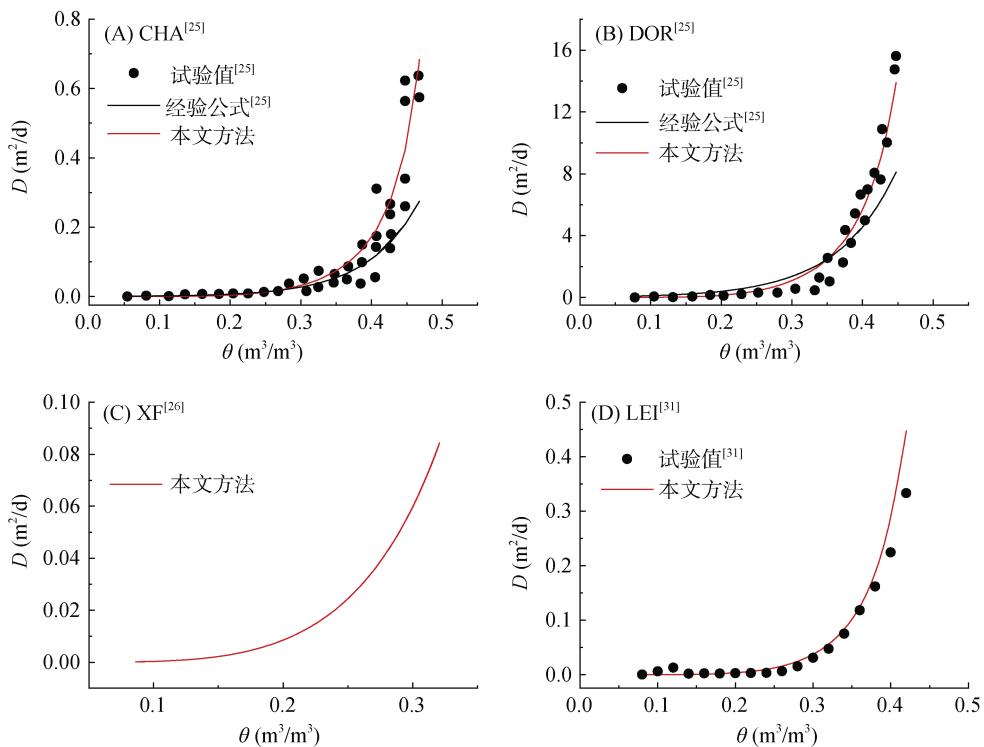


图 6 土壤水分扩散率迭代法的计算值与试验值的对比

Fig. 6 Comparison of calculated and experimental values of soil water diffusivity using the iterative method

表4 文献中土柱的基本参数及迭代法计算结果
Table 4 Basic parameters of soil column in literature and calculation results of iterative method

土壤	基本参数				迭代法计算结果				文献值
	$\theta_{ini}(\text{m}^3/\text{m}^3)$	$\theta_0(\text{m}^3/\text{m}^3)$	$\theta_{lim}(\text{m}^3/\text{m}^3)$	$\theta_s(\text{m}^3/\text{m}^3)$	$\theta_t(\text{m}^3/\text{m}^3)$	m	$D_s(\text{m}^2/\text{d})$	R^2	
CHA ^[25]	0.030	0.490	—	0.510	0.009	0.243	5.866	0.850 0	0.500 3
DOR ^[25]	0.070	0.490	—	0.510	0.021	0.255	17.220	0.962 0	0.713 3
XF ^[26]	0.100	0.430	0.369	0.450	0.000	0.218	10.650	—	—
LEI ^[31]	0.070	0.460	—	0.474	0.034	0.222	8.131	0.891 5	—

3) 与现有确定土壤水分扩散率的方法进行对比, 当分析 $\theta - x$ 数据时, 迭代法与现有方法的结果相近, 均能得到精度较高的结果; 当分析 $\theta - t$ 数据时, 本文方法能通过确定后的参数计算出全含水率范围内的土壤水分扩散率, 且在低含水率时结果与解析-修正法相近, 说明本文方法可以弥补现有方法难以准确确定高体积含水率区间的土壤水分扩散率的不足, 这进一步论证了迭代法的合理性。

参考文献:

- [1] Kargas G, Londra P, Kerkides P. Investigation of the flux-concentration relation for horizontal flow in soils[J]. Water, 2019, 11(12): 2442.
- [2] 鲁建荣, 李云良, 谭志强, 等. 植物根系对土壤水力参数影响的定量研究综述[J]. 土壤学报, 2023, 60(4): 939–952.
- [3] Berardi M, Difonzo F V, Pellegrino S F. A numerical method for a nonlocal form of Richards' equation based on peridynamic theory[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2023, 143: 23–32.
- [4] Chali A K N, Hashemi S R, Akbarpour A. Numerical solution of the Richards equation in unsaturated soil using the meshless Petrov-Galerkin method[J]. Applied Water Science, 2023, 13(5): 119.
- [5] Su L J, Wang J, Qin X Q, et al. Approximate solution of a one-dimensional soil water infiltration equation based on the Brooks-Corey model[J]. Geoderma, 2017, 297: 28–37.
- [6] Li J W, Jin H, Wang C L, et al. A new method of estimating soil water diffusivity based on variation in the wetting front position and on the principle of stationary action[J]. Journal of Hydrology, 2022, 612: 128290.
- [7] 单鱼洋, 马晨光, 王全九, 等. 羧甲基纤维素钠对壤砂土水分运动及水力参数的影响[J]. 土壤学报, 2022, 59(5): 1349–1358.
- [8] 高小龙, 王幼奇, 白一茹, 等. 脱硫石膏对盐碱土一维水平吸渗特征及水分运动参数的影响[J]. 水土保持学报, 2022, 36(3): 100–106.
- [9] 李一博. 二维吸渗与入渗条件下土壤水力特性参数反演方法研究[D]. 西北农林科技大学, 2018.
- [10] Gardner W R. Calculation of capillary conductivity from pressure plate outflow data[J]. Soil Science Society of America Journal, 1956, 20(3): 317–320.
- [11] 陈效民. 应用一次出流法结合 SFIT 模型对土壤水力性质的研究[J]. 土壤学报, 1994, 31(2): 214–219.
- [12] 李奇, 陈文娟, 石文豪, 等. 基于单一和集合土壤转换函数模型对土壤含水量的模拟性能分析[J]. 土壤, 2023, 55(3): 658–670.
- [13] Vrugt J A, Bouten W, Weerts A H. Information content of data for identifying soil hydraulic parameters from outflow experiments[J]. Soil Science Society of America Journal, 2001, 65(1): 19–27.
- [14] 张俊, 徐绍辉, 刘建立, 等. 土壤水力性质参数估计的响应界面和敏感度分析[J]. 水利学报, 2005, 36(4): 445–451.
- [15] Toorman A F, Wierenga P J, Hills R G. Parameter estimation of hydraulic properties from one-step outflow data[J]. Water Resources Research, 1992, 28(11): 3021–3028.
- [16] Jing Y Y, Li T L, Zhu X J, et al. Parameter sensitivity analysis of sewage irrigation infiltration process in sandy clay with HYDRUS-1D simulation[J]. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2021, 621(1): 012073.
- [17] Twarakavi N K C, Šimunek J, Schaap M G. Development of pedotransfer functions for estimation of soil hydraulic parameters using support vector machines[J]. Soil Science Society of America Journal, 2009, 73(5): 1443–1452.
- [18] Kool J B, Parker J C, van Genuchten M T. Determining soil hydraulic properties from one-step outflow experiments by parameter estimation: I. theory and numerical studies[J]. Soil Science Society of America Journal, 1985, 49(6): 1348–1354.
- [19] Bruce R R, Klute A. The measurement of soil moisture diffusivity[J]. Soil Science Society of America Journal, 1956, 20(4): 458–462.
- [20] 孙志祥, 崔俊芳, 杨汝馨, 等. 横断山区森林土壤饱和导水率传递函数的评价与构建研究[J]. 土壤, 2022, 54(3): 594–601.
- [21] 甘永德, 胡顺军, 陈秀龙. 土壤盐分对土壤水分扩散率的影响[J]. 水土保持通报, 2010, 30(6): 56–59.
- [22] 郭全恩, 南丽丽, 李保国, 等. 灌溉水盐分组成对土壤水盐迁移参数的影响[J]. 农业工程学报, 2017, 33(23): 123–128.
- [23] 姚淑霞, 赵传成, 张铜会. 科尔沁沙地土壤水分扩散率比较研究[J]. 土壤通报, 2014, 45(3): 595–600.
- [24] Evangelides C, Arampatzis G, Tzimopoulos C. Estimation of soil moisture profile and diffusivity using simple

- laboratory procedures[J]. *Soil Science*, 2010, 175(3): 118–127.
- [25] Villarreal R, Lozano L A, Melani E M, et al. Diffusivity and sorptivity determination at different soil water contents from horizontal infiltration[J]. *Geoderma*, 2019, 338: 88–96.
- [26] 帅嘉伟, 龙平, 胡世丽, 等. 基于水平吸渗确定土壤水分扩散率的解析-修正法[J]. *农业工程学报*, 2022, 38(2): 67–75.
- [27] Carsel R F, Parrish R S. Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics[J]. *Water Resources Research*, 1988, 24(5): 755–769.
- [28] (美)Ning Lu(卢宁), (美)William J. Likos. 韦昌富, 侯龙, 等译. 非饱和土力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2012.
- [29] Ma D H, Zhang J B, Lai J B, et al. An improved method for determining Brooks–Corey model parameters from horizontal absorption[J]. *Geoderma*, 2016, 263: 122–131.
- [30] Espejo A, Giráldez J V, Vanderlinden K, et al. A method for estimating soil water diffusivity from moisture profiles and its application across an experimental catchment[J]. *Journal of Hydrology*, 2014, 516: 161–168.
- [31] 雷志栋. 土壤水动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988.